

a : initiation à la *plastique nœudienne*.

ce livre invite à la pratique du dessin des métamorphoses nœudiennes à partir de l'ouvrage *plastique des nœuds rares* publié en 1992 à paris. c'est cette pratique qui est qualifiée de *plastique nœudienne*.

faisons un saut en arrière : lorsqu'on calculait avec des chiffres romains, les calculs devenaient vite impossibles, le zéro n'existait pas! avec le chiffrage hindoarabe l'univers des nombres a conquis le monde. rien n'est pensé sans le nombre, directement ou en arrière-plan. le vrai "mondialisme" a commencé avec cela et culmine dans la technologie, notamment informatique, et... la sociologie, c'est-à-dire le repérage numérique des populations. avec la pratique nœudienne il semble qu'un nouveau paradigme apparaisse. un signe de cette révolution conceptuelle est donné par la véritable *frénésie* (le mot est faible!) qui s'est emparée des topologues et de l'écho plus ou moins amical qu'ils rencontrent au sein des autres pratiques scientifiques. mais... comme dans toute révolution il y a deux voies... au moins! et pas plus que les chiffres hindoarabes n'ont effacé les chiffres romains qui ont trouvé refuge dans les pendules, la pratique nœudienne n'effacera la numérique.

ce manuel intitulé *plastique nœudienne* a pour ambition de diffuser un aperçu du livre *plastique des nœuds rares* et d'autres textes qui ont suivi, que j'ai pu réunir afin de permettre à chacune et chacun de se lancer dans cette aventure et de s'initier à la nœudienne avec pour tout bagage un papier, un crayon et beaucoup de curiosité. les séquences sont agencées de façon à progresser simplement dans la complexité. le texte et les dessins fournissent au fur et à mesure les outils, le vocabulaire, une méthode et les illustrations nécessaires pour dessiner la *nuée d'un nœud rare*.

cet exposé systématique n'est pas linéaire; aussi bien les notions ici évoquées se croisent-elles entre elles...comme un nœud.

a - définition nœudienne d'un nœud

(voir les dessins ci-après)

d'abord les nœuds envisagés sont les **nœuds premiers** de la topologie, c'est-à-dire à nombre minimal de croisements, que la nœudienne renomme *états réduits*. leur définition nœudienne se constitue "en cascade", "*du haut vers le bas*" (du général au particulier) ou "*du bas vers le haut*" (de l'élément au tout).


"*du haut vers le bas*".

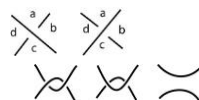
définition 1 : un **nœud** est constitué de sa *nuée*, "boule" réticulaire, finie ou non, de tous ses **amas**.

def. 2 : un **amas** est le réseau multiforme, fini ou non, de tous les *états réduits métamorphosables* les uns en les autres par des *métamorphoses régulières*, dont je donnerai la première liste plus loin, manifestées par leurs *motifs de métamorphoses* conservant le même nombre minimal de croisements.

def. 3 ; les amas d'une même nuée sont reliés par les états du **magma**, états nœu-
diens *réductibles*, c'est-à-dire non premiers, épars dans la nuée faisant passe-
relles entre les amas par métamorphoses *irrégulières* d'états réduits, comme
bronches ou choux-fleurs. ou encore filets intergalactiques. un état d'un amas,
dit encore état de départ est rendu sur

def. 4 : un *état* est un dessin fermé de nœud fait de ronds qui se croisent entre eux,
éventuellement un seul.

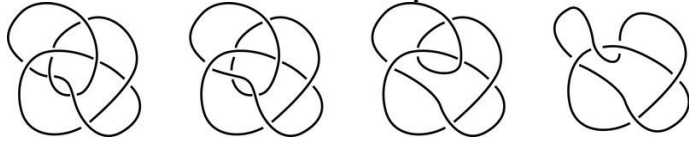
"*du bas vers le haut*" : les états considérés sont donc les nœuds premiers métamor-
phosables. leur(s) métamorphose(s) régulière(s) engendre(nt) d'autre(s) état(s)
qui etc. tout cela forme un réseau clos, c'est-à-dire fini (comme les neurones
de l'appareil nerveux), l'amas. on passe d'un amas à un autre en utilisant une
métamorphose irrégulière présente dans un des états de l'amas, d'abord aug-
mentative et on obtient un état réductible du magma, puis diminutive par une
anti-métamorphose irrégulière (différente, évidemment, de celle qui redonne-
rait l'état réduit de départ) qui génère un état réduit, premier donc, d'un autre
amas. etc. l'ensemble réticulé des amas ainsi obtenu, après avoir effectué
toutes les métamorphoses envisageables, régulières et irrégulières, forme la
nuée du nœud considéré. **remarque** : cela est exactement, et spectaculaire-
ment, identique à la notion d'"histoire" d'un système en physique quantique,
les "chemins d'intégrales", et plus récemment en théorie de la gravité quan-
tique, appelée aussi gravitation en boucles. cf. notamment : (#Marc_Lachièze-
Rey, au-delà de l'espace et du temps, nouvelle édition le pommier 2008, pp
366 et suite; ainsi que #lee smolin, rien ne va plus en physique!, dunod,
2007).(voir #amas; chemins dans l'amas, histoires) **définition d'un nœud rare**
: les nœuds rares quant à eux, jouissent d'une propriété spéciale qui les singu-
larise parmi tous les nœuds. cette propriété est liée à la capacité qu'a une *lu-
nule*, c'est-à-dire une torsade double , d'entraîner la disparition de croise-
ment(s) supplémentaire(s), donc au moins un en plus, à la suite de sa propre
annulation par l'inversion du Dessus-dessous de l'un de ses croisements. plus
précisément :



une lunule est une torsade à **deux** croisements *alternés*, les deux portions de brins
formant ces deux croisements se coincent mutuellement, donc la lunule *tient*;
lorsqu'on effectue une **inversion de Dessus-dessous (idd)** de l'un de ses croi-
sements, la lunule se défait et donc s'annule) (, les deux croisements dispa-
raissent . dans un état de nœud quelconque il se peut que seuls ces deux croi-
sements disparaissent sans autres conséquences, le nouvel état obtenu aura
deux croisements de moins que l'état de départ, c'est tout

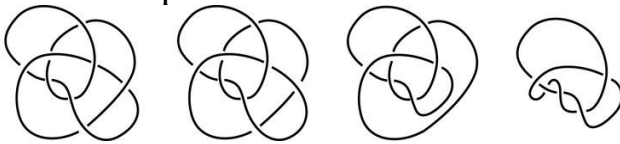


l'état montré en exemple passe de 8 croisements à 6 croisements : $8 - 2 = 6$. par contre, si l' **idd** de l'un des croisements de la lunule entraîne la disparition d' **au moins trois croisements** de l'état, les deux constituant la lunule plus un autre, ces lunules sont dites "*précieuses*". montrons-le sur un état du nœud **8₂₁** qui comporte deux lunules, une "interne" et l'autre "externe". annulons la lunule "interne"; l'état passe de 8 croisements à 5 croisements



. quand **toutes** les lunules d'un état sont précieuses,

l'état est *rare*, comme le montre l'annulation de la seconde lunule du même état exemple



8-21 E

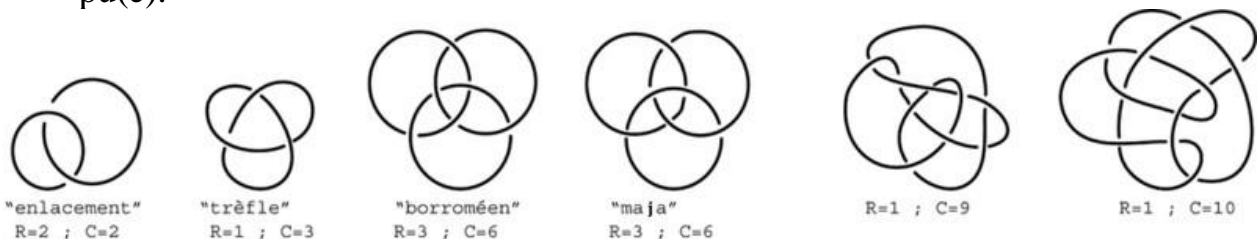
. quand **tous** les états d'un amas sont rares, l'amas est rare. quand **tous** les amas de la nuée du nœud sont rares, le nœud est rare. c'est de rechercher, reconnaître, construire et étudier les nœuds rares que s'applique la plastique des nœuds rares, partie de la plastique nœudienne. (voir plus loin : **test de la rareté**).

e : dessiner et décrire un état de nœud métamorphosable

les nœuds auxquels s'intéresse la nœudienne sont parmi les **nœuds premiers** définis en mathématique (voir les tables de nœuds habituelles). ils sont spécifiés à partir de leurs #graphes de connexités.

un nœud est fait de "**ronds**" dont le nombre est noté **R**. un rond est un brin souple qui se raboute à lui-même (un élastique). lorsqu'on dessine un nœud, son nombre **R** de ronds reste invariant dans la pratique des métamorphoses nœudiennes glissantes et basculantes, régulières et irrégulières (voir plus loin). dans les constructions nœudiennes, notamment pour l'élaboration de la formule des portées (voir #arcs...) et les opérateurs d'homotomie (voir #homotomie...), ce nombre peut changer.

ces ronds se croisent entre eux et le **nombre de croisements** est noté **C**. ce sont les lieux où la troisième dimension du dessin apparaît. un brin passe **Dessus** et l'autre *dessous*. nous adoptons la convention de dessin (comme en dessin industriel) suivante : lorsque le brin passe *dessous*, nous interrompons le trait et faisons donc apparaître (fictivement) le brin (la "ficelle") comme interrompu(e).



portance. nous obtenons ainsi un dessin global composé d'**arcs** définis par leur *portée* **p**. un **arc** est la portion de brin comprise **entre deux dessous**. rappelons que lorsqu'on dessine un croisement, le brin de dessous est fictivement scindé. un arc de portée **0** ne passe au-dessus d'aucun brin, un arc de portée **2** passe au-dessus de deux brins

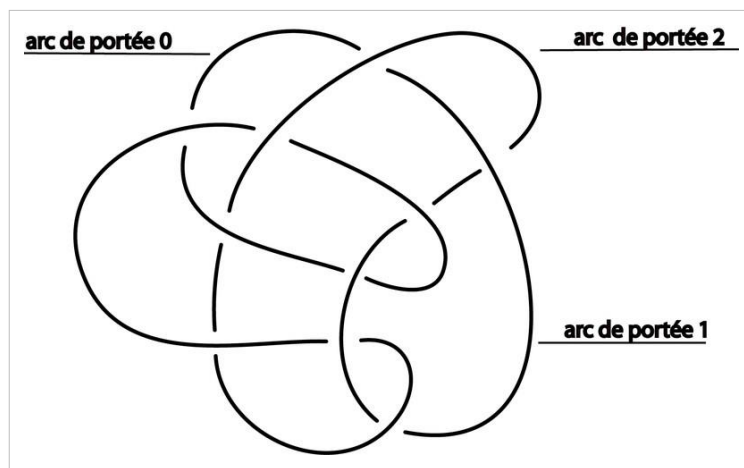
-|-|-

-|¹/₁|

-|¹/₁/₁|

un arc de portée **1** passe au-dessus d'un brin, ainsi de suite : un arc de portée **p** passe au-dessus de *p* brins. nous appelons **portance P** l'ensemble des portées des arcs constituant un état et nous l'écrivons sous forme d'un "mot" circulaire, à partir d'un arc choisi arbitrairement comme origine, en suivant le brin de façon continue tout le long d'un trajet qui nous ramène à l'arc de départ et en notant au fur et à mesure la portée des arcs successifs rencontrés. il est plus pratique d'arranger ensuite le "mot" selon l'ordre lexicographique, par exemple en partant de l'arc de plus petite portée et en suivant le trajet qui minimalise les portées, car ce peut être un premier élément de distinction de deux états puisque deux états premiers ayant même "morphologie" et ne possédant pas le même "mot-portance" sont certainement différents. (voir § #réalternances et couplages). lorsque tous les arcs sont de portée **1**, alors le nœud est dit *alterné* car en suivant le parcours d'un rond, nous passons alternativement du dessous au-dessus à chaque croisement. sa portance s'écrit **P = 11...1...11**, mot circulaire comportant autant de **1** que l'état comporte d'arcs, soit le même nombre que celui des croisements : **C**. ces états de nœuds ne nous intéressent pas car ils sont statiques, c'est-à-dire non métamorphosables, pour la plupart. en général, ils ne présentent qu'un seul état. les seules métamorphoses pouvant être présentes dans un nœud alterné sont les permutations. celles-ci sont d'ailleurs souvent ratées car elles redonnent le même état vu un peu différent. voir la section #pliage d'un état. sans motif de métamorphose l'état est dit *statique* : il ne connaît pas d'état antérieur dont il serait le métamorphosé, ni d'état postérieur qui serait son métamorphosé (ce qui revient au même, les métamorphoses étant involutives). les nœuds statiques collent à tel point à leur état que cette notion serait superflue s'il ne s'agissait que d'eux. le recours à la notion d'état n'a de sens et de valeur que pour les nœuds non statiques,

les nœuds métamorphosables.



la portance de l'état dessiné ci-contre, état à un rond et 10 croisements est notée, à partir de l'arc **0** désigné dans le dessin et dans le sens antihoraire : **P = 0112102021** (voir plus loin #amas). il est d'ailleurs loisible de considérer de ce point de vue

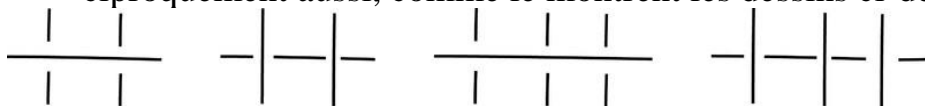
la portance comme un *système de numération* qui associerait à chaque état son nombre (de "gödel"?), que nous appelons *ampleur*, minimal (c'est-à-dire lu dans l'ordre lexicographique minimal) tel que la base soit définie par p_m (voir ci-dessous le § **réductibilité**). ainsi la portance ici écrite a comme ampleur en "base" 2 : $0x512 + 1x256 + 1x128 + 2x64 + 1x32 + 0x16 + 2x8 + 0x4 + 2x2 + 1 = 256 + 128 + 128 + 32 + 16 + 4 + 1 = 565$. **remarque.** le choix de la "base" est, ici, tout à fait artificiel; ce choix est motivé par le fait que nous ne désirons pas obtenir des valeurs extravagantes. de plus, manifestement, nous *n'écrivons pas en* base 2, simplement nous exploitons les puissances de cette base que nous multiplions par les coefficients des portances (partant de l'idée que dans un système de numération un nombre s'écrit de manière univoque) sous la contrainte de n'utiliser que les coefficients minimaux (ceci afin d'éviter la kyrielle de sommants), et le choix de la base 2, comme écriture symbolique (même avec des coefficients supérieurs à "1") permet de normaliser toutes les ampleurs; l'ampleur d'un état permet donc de minimiser l'ambiguïté de réattribution des arcs et de leurs portées. mais nous verrons plus tard une "liasse" d'autres nombres (binaires ceux-là) associés en triplets (ornure, parure, tournure) aux états : leurs **mots-codes**.

réductibilité

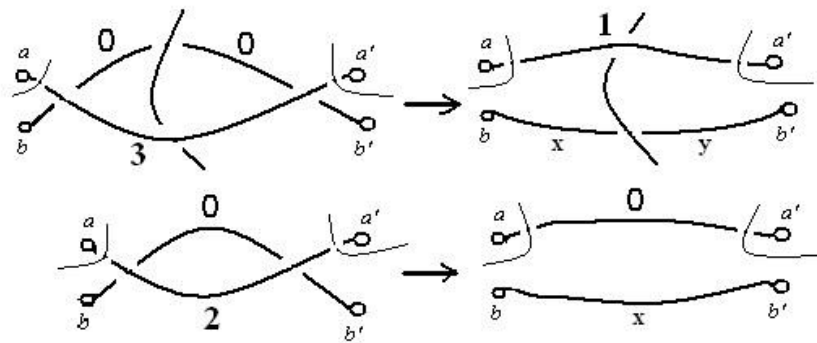
la **réductibilité** d'un état est la première recherche à effectuer sur un état de nœud. un état est réductible s'il peut perdre un croisement ou plus à la suite d'un mouvement de brin. l'état est réduit lorsqu'il ne peut plus perdre de croisements. une réduction peut être patente, ou latente : elle ne deviendra patente qu'après une suite de métamorphoses.

un signe infaillible de réductibilité est la présence d'un *arc de portée trop longue* ou d'une suite trop longue d'arcs consécutifs de portée **0**, comme nous l'indique la remarque ci-après.

on remarquera, dans un état non alterné, la corrélation entre arcs de portée ≥ 2 et les suites d'arcs consécutifs de portée **0** : à chaque arc de portée **2** il correspond un arc de portée **0**; il y a donc autant d'arcs de portée **2** que d'arcs de portée **0** dans un état non alterné quelconque. en effet, un arc de portée **0** est un arc de portée **2** vu *de l'autre côté*, et réciproquement. une suite de *deux* arcs consécutifs de portée **0** correspond à *un* arc de portée **3** vu aussi de l' *autre côté*, et réciproquement aussi, comme le montrent les dessins ci-dessous, etc.



nous disons qu'il y a un équilibre congruent entre arcs de portée $p \geq 2$ et suites de $(p - 1)$ arcs de portée **0**; celles-ci sont *en miroir* à leurs arcs ce que les antiparticules sont à leurs particules. ce que nous dessinons, comme un processus d'annihilation. dans nos dessins, les valeurs "x" et "y" sont les valeurs des portées résultant de l'annihilation des arcs-longs et de leurs antiarcs.



l'arc de portée **2** et son antiarc de portée **0** forment une lunule non alternée et donc annulable, ce qui se traduit par une torsade localement nulle. le comptage des portées pour ce motif s'effectue comme suit : en "b" et "b' " les portées non visibles, avant annihilation, sont respectivement **b** et **b'** . la portance de la portion de brin "bb' " vaut donc, avant annihilation, $\mathbf{p}_{bb'} = \mathbf{b} + \mathbf{0} + \mathbf{b}' = \mathbf{b} + \mathbf{b}' = \mathbf{x}$. la portée de l'arc-long "aa' ", avant annihilation, vaut $\mathbf{p}_2 = \mathbf{2}$. après annulation de la lunule, cette portée passe à **0**. au total, avant annihilation nous avons $\mathbf{P}_{\text{init}} = \mathbf{2} + \mathbf{b} + \mathbf{b}' = \mathbf{2} + \mathbf{x}$, et après l'annulation de la lunule, nous obtenons $\mathbf{P}_{\text{fin}} = \mathbf{b} + \mathbf{b}' = \mathbf{p}_{bb'} = \mathbf{x}$. l'arc de portée **3** et son antiarc forment de même une lunule non alternée (indirecte, celle-ci, car traversée par une portion de brin étrangère à la lunule) et donc aussi annulable. pour ce motif à l'arc-long de portée **3**, le calcul donne : avant annihilation $\mathbf{P}_{bb'} = \mathbf{b} + \mathbf{0} + \mathbf{0} + \mathbf{b}' = \mathbf{b} + \mathbf{b}'$, que nous notons $\mathbf{x} + \mathbf{y}$, et donc $\mathbf{P}_{\text{init}} = \mathbf{3} + \mathbf{x} + \mathbf{y}$. après l'annulation de la lunule, la portée de l'arc-long passe de **3** à **1** ce qui donne $\mathbf{P}_{\text{fin}} = \mathbf{b} + \mathbf{b}' + \mathbf{1} = \mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{1}$. l'état nœudien perd donc dans tous les cas deux croisements et sa portance diminue d'autant.

mais allons un peu plus loin, et reprenons l'exemple de la portance de l'état à un rond et 10 croisements ci-dessus : $\mathbf{P} = \mathbf{0112102021}$. cette portance se décrit ainsi, à condition de ne pas tenir compte de l'ordre dans lequel se suivent les arcs : 3 arcs de portée **2**, 4 arcs de portée **1** et 3 arcs de portée **0**; nous pourrions désigner cette portance par une formule succincte qui ferait apparaître la quantité d'arcs de portée \mathbf{p}_m , sorte de polynôme des portées $\mathbf{\dot{p}}_2 = \mathbf{3p}^2 + \mathbf{4p} + \mathbf{3}$, l'indice de $\mathbf{\dot{p}}$ indiquant la portée maximum, ou plus simplement $\mathbf{\dot{p}}_2 = \{\mathbf{3}^2\mathbf{4}\mathbf{3}\}$ voire même $\mathbf{\dot{p}}_2 = \mathbf{3}^2\mathbf{4}$ puisqu'il n'y a aucune ambiguïté, le nombre d'arcs de portée **0** étant automatiquement égal au nombre d'arcs de portée **2** (seulement il faut s'en souvenir!). de façon plus générale, on peut assigner à chaque état son polynôme des portances : $\mathbf{\dot{p}}_m = \mathbf{a}_1\mathbf{p}^m + \mathbf{a}_2\mathbf{p}^{m-1} + \dots + \mathbf{a}_m\mathbf{p} + \mathbf{a}_1\mathbf{p}^0$ (\mathbf{a}_{m+1} valant en effet \mathbf{a}_1) ou son ensemble des coefficients $\mathbf{\dot{p}}_m = \{\mathbf{a}_1\mathbf{a}_2\dots\mathbf{a}_m\}$, le coefficient des arcs **0** étant sous-entendu car toujours égal à \mathbf{a}_1 et la somme des coefficients égale au nombre d'arcs égal au nombre de croisements de l'état : $\sum \mathbf{a}_i = \mathbf{C}$. en tout état de cause "portance \mathbf{P} " et "polynôme des portées \mathbf{P}_p " ne sont pas strictement équivalents puisque la portance indique *dans quel ordre* se succèdent les arcs ce qui n'est évidemment pas le cas du polynôme.

p154 du livre #pnr, nous trouvons le tableau qui permet de lire le résultat suivant :
"il n'y a pas d'état réduit de nœud à \mathbf{R} ronds présentant un arc de portée \mathbf{p}

ayant moins de C croisements." la portée maximum d'un arc notée p_m , est donnée par la formule $C \geq 5 \times p_m - R - 1$ quand $R \leq p + 1$ (voir la séquence complète d'élaboration de la formule dans #pnr -- arcs, ronds, croisements -- pp 140 à 154). lorsque $R \geq p + 1$, la formule est $C \geq 2(p + R - 2)$; les deux formules sont équivalentes pour la *série générique diagonale* de nœuds réduits avec $R = p + 1$ et les deux formules deviennent $C \geq 4p - 2$ soit la série générique de raison arithmétique **4**, pour $p = 1$ à l' ∞ : $C = 2$ (le simple "enlacement" à 2 ronds, seul de son espèce), **6** (tous les 3 ronds, borroméen, maja, etc.), **10** (à 4 ronds), **14** (à 5 ronds), etc. (voir le livre pnr et ci-après #générer les nœuds **commentaires succincts**) .

le plus petit nœud, en nombre de *croisements*, est l' *enlacement* à 2 ronds et 2 croisements; la formule donne $p_m = 1$, soit : $2 \geq 5.1 - 2 - 1$. le plus petit nœud en nombre de *ronds* est le *trèfle* à un rond et 3 croisements; la formule donne $p_m = 1$, soit : $3 \geq 5.1 - 1 - 1$. le plus petit nœud à un rond ayant un arc de portée **2** est un nœud à 8 croisements : **8** \geq

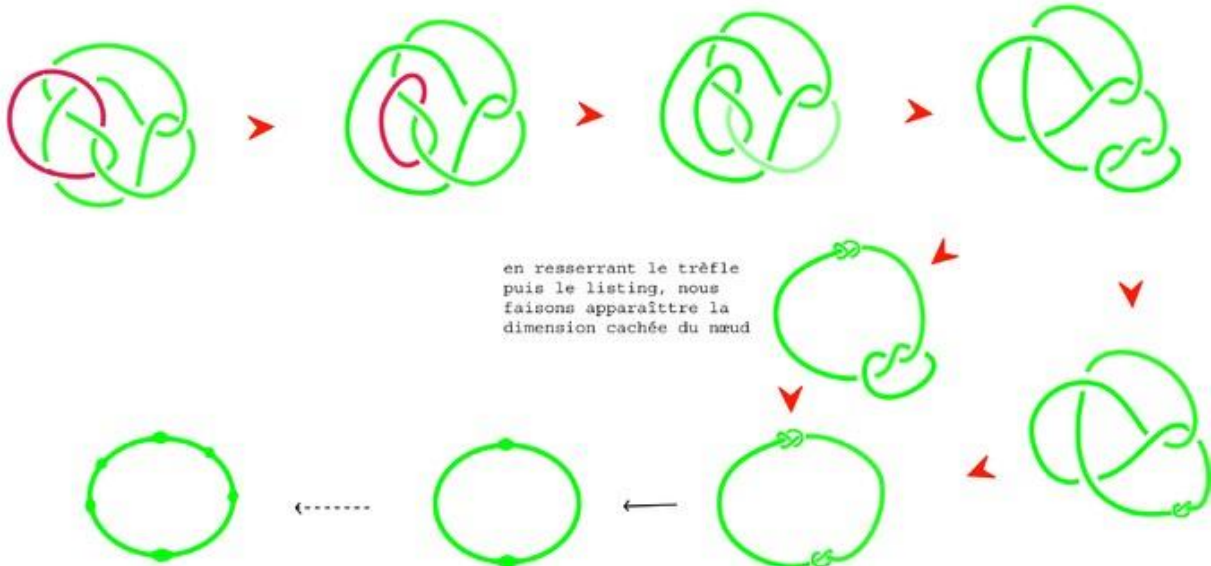
5.2 - 1 - 1. etc...(le tableau complet se trouve dans le livre pnr, p 154). désormais, chaque fois que nous parlerons d'état, sans plus de précision, il s'agira d'un état réduit.

normalisation

cet état à un rond et neuf croisements comporte un arc de portée 3. la formule nous donne: $9 \geq 5 \times 3 - 1 - 1$ soit: $9 \geq 12$ ce qui est faux donc cet état est réductible.

- nous effectuons la réduction de l'arc trop long et nous obtenons un état à sept croisements et un arc de portée deux

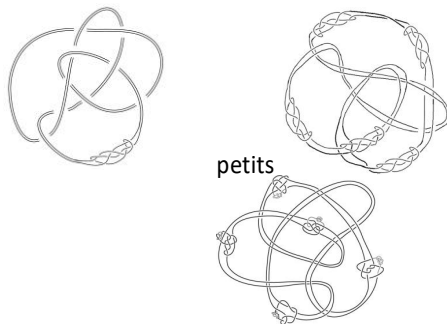
- cet état apparaît composé d'un trèfle et d'un listing; en faisant glisser le trèfle il devient alterné, donc trivial selon la naudienne.



le nœud non premier trivial obtenu est somme dite "topologique" par les topologues — mais nous verrons dans notre section

#assemblage la vraie complexité des montages de nœuds qui intègre et dépasse l'opération mathématicienne, et nous reprendrons et montrerons les montages, entre autres, des deux premiers nœuds premiers statiques : le trèfle à 3 croisements et le listing à 4 croisements —, et nous appelons *normalisation* cette suite opératoire. la formule qui était apparemment faussée : $7 \geq 5.2 - 1 - 1$ devient après normalisation $7 \geq 5.1 - 1 - 1$ (voir plus bas : #voir et dessiner

un nœud premier). chaque nœud participant à cette somme peut glisser le long du brin de l'autre sans qu'aucune des deux structures ne change. nous disons qu'ils sont **indifférents** l'un à l'autre. chacun des deux nœuds apparaît comme une *boursoufflure* compliquée du brin de l'autre. nous pouvons donc l'annuler, c'est-à-dire faire comme s'il était observé de si loin qu'on ne le voit plus. agissant ainsi pour les deux nœuds du montage, la construction globale ressemble à un simple cercle. les deux nœuds sont saisis comme **dimension cachée** nœudienne. de plus, il est évident que cette assertion se généralise : toute somme de n nœuds jusqu'à l'infini se réduit à un cercle; il en est de même pour toute droite, assimilée à un cercle. et même chaque portion de brin d'un quelconque nœud est ainsi support de la dimension cachée. maintenant essayons de visualiser la chose; à partir de l'exemple ci-dessus, nous pouvons montrer deux extensions :



tout nœud, avons-nous dit est siège de la dimension cachée , c'est-à-dire que chaque nœud peut aussi se concevoir comme une enfilade (comme un collier) d'une très grande quantité (jusqu'à l'infini) de nœuds infiniment mais cela est aussi vrai des nœuds qui participent à cette enfilade, et ainsi de suite à l'infini . nous pouvons ainsi concevoir qu'un cercle est formé par la **condensation** d'une infinité de cercles "boursoufflés" qui eux-mêmes etc. dont nous ne "voyons" qu'un. un nœud couvre donc une superficie/volume infinie réduite à la longueur/surface/volume qui nous est usuelle. cela dit assez la **densité** du cercle nœudien et semble correspondre ainsi à la fois à la *dimension cachée* des physiciens mais aussi, pourquoi pas!, à celle des nombres *surréels* de **conway**, **kuhn** et **gonshor** (nombreuses références sur le net, aussi le livre de #alain badiou "Le Nombre et les nombres", 280pages, seuil mai 1990, collection "des travaux"; notez cette jolie assertion : "[...]tout ce qui trace, **en situation**, le parcours d'une vérité, se signale par son **indifférence** à la numéricité" (c'est moi qui souligne toute cette phrase), page 264. à comparer à ce questionnement de #roger penrose dans "à la découverte des lois de l'univers", odile jacob sciences avril 2007, 1061 pages, chap. 34 "où se trouve la voie de la réalité?", parag. 34.8 "notre long cheminement mathématique vers la réalité" : "[...]peut-être découvrirons-nous [...] une théorie ultime qui nous permettra de comprendre ce que nous appelons la "réalité". dans ce cas, cette théorie devra être d'une nature **tout à fait différente de celles des théories physiques** (c'est moi qui souligne) que nous avons jusqu'à présent", page 994). point n'est besoin que ces valeurs soient inatteignables ou irréprésentables, qui-

conque a du goût pour le dessin et un peu de patience peut s'en dessiner une portion! poussons encore un peu le raisonnement : puisque la longueur de planck est la plus petite longueur concevable, il est naturel de l'assimiler à la **plus grande** longueur possible des *plus petits* nœuds pensables. ces *plus petits nœuds* formant la trame de tout ce qui existe. jouons un peu sur les mots. le mot "nœud" en grec connaît plusieurs occurrences : d'abord "άμμα" (amma : nœud d'un lien, d'une corde, etc.) d'où dans notre texte "amas"; mais aussi "γόνο" (gonou : renflement, d'une tige, sur un arbre, etc.) d'où dans notre texte "boursouflure". et enfin, *last not least*, "συνάψεις" (sounapsiès; "synapse". comme disait déjà l'indépassable génie héraclite : συνάψεις όλα και ούχ όλα, συμφερόμενον διαφερόμενον, συναδον διαδον' έκ πάντων εν και έξ ένόςπάντα = *sounapsiès ola kai oukh ola, soumphéromenon, sounadon diadon ek panion en kai ex enospanta* = **nœuds tous et non-tous, rassemblé séparé, consonant dissonant, de toutes choses l'un et de l'un toutes choses**. d'après marcel conche, puf). mais voyons d'autres conséquences assimilant, depuis de sargues, tout cercle à une droite avec un point à l'infini. en topologie nœudienne nos *points* sont donc tous les nœuds, qu'ils soient alternés ou non alternés, qu'ils soient premiers ou non, c'est-à-dire réduits ou non. les dimensions de l'espace sont donc pour la nœudienne la dimension du vide, **0**, et la dimension de son bord, **1**. mais la dimension du vide n'apparaît que dialectiquement avec celle de son bord; *le vide ne se connaît pas lui-même*, pas plus que l'*accident existentiel* qu'est le bord. le bord lui-même est constitué de nos *points*, l'infinité des nœuds, pour lesquels la *deuxième* dimension est constituée par les Dessus-dessous, de sorte que les points de la trame de l'espace sont de **deux** dimensions : la dimension **1** du *fil* et **2** du nœud, espace manifesté par des nœuds réduits triviaux *statiques*, réduits non alternés métamorphosables, et réductibles avec leurs potentialités de réduction, de métamorphoses, etc.. la dimension **2** du nœud est ainsi *homogène* à celle du *fil* qui le constitue *organiquement*, contrairement à la géométrie et la topologie, *avant l'apparition des géométries non commutatives découvertes récemment par alain connes*, pour lesquelles un *point* est de dimension **0** et la droite de dimension **1** constituée d'une infinité de ces **0**(?!), avec comme conséquences certaines impasses en physique théorique actuelle, notamment dans les nécessités de reformulation des éléments du tissu spatio-temporel entraînées par l'unification de la relativité et de la physique quantique. nous avons donc bien ici les trois dimensions spatiales fondamentales : **0** du vide, *hétérogène* aux deux autres mais solidaire dialectiquement parlant, **1** de son bord et **2** des nœuds comme torsions primaires et superpositions perpétuellement mouvantes de la précédente, requises pour notre univers événementiel éternellement changeant, un *temps* n'émergeant que comme *délai* d'effectuation d'une métamorphose. le *temps* que nous considérons habituellement, et que songe à remettre en cause la physique de pointe actuelle, n'est qu'un **identifiant** universel de tous ces *temps phénoménaux*, comme l'est l'argent de toute marchandise (d'ailleurs le temps et l'argent étant si totalement concourants qu'à l'époque, aujourd'hui, où l'argent disparaît

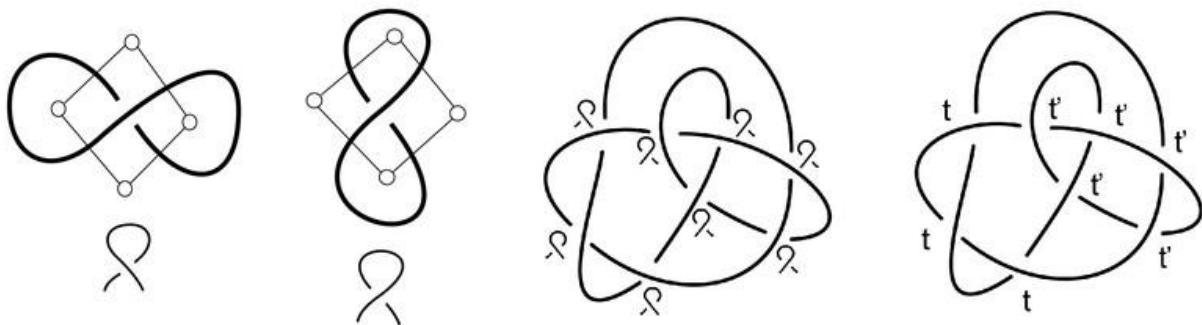
dans l'électronique financière, le temps lui-aussi semble s'effacer!). mais l'anthropologie, la sociologie, l'économie politique, l'histoire, la psychanalyse, l'art, la biologie et ses modalités moléculaires, biochimiques, ont déjà entamé le programme!

tournure, une lecture de/dans l'état.

les deux brins d'un autocroisement sont du même rond, tandis que ceux d'un intercroisement sont de deux ronds distincts.

autocroisements. une extrémité d'un brin d'un autocroisement se raboute à une extrémité de l'autre brin. en simplifiant le périphe du rond entre ces deux extrémités, nous associons à chaque autocroisement l'une des deux bouclettes suivantes (dessins ci-dessous). ces deux bouclettes ne sont pas superposables par glissement sur le plan. deux autocroisements qui correspondent à la **même** bouclette ont **la même tournure**, et des tournures opposées dans le cas contraire.

considérons un état d'un nœud à un seul rond, ne comportant donc que des autocroisements, et dessinons à côté de chaque croisement la bouclette correspondante. remplaçons (arbitrairement) les bouclettes par les lettres t et t' . peu importe que nous attribuions la tournure t ou t' à un premier croisement choisi arbitrairement, seules l'opposition et l'identité des tournures de chaque croisement relativement à chaque autre sont significatives.



des autocroisements qui constituent une torsade multiple alternée, soit une suite de lunules, ont la même tournure. **dessins.** si la relation lunulaire est non alternée, les autocroisements ont des tournures opposées. **dessins.**

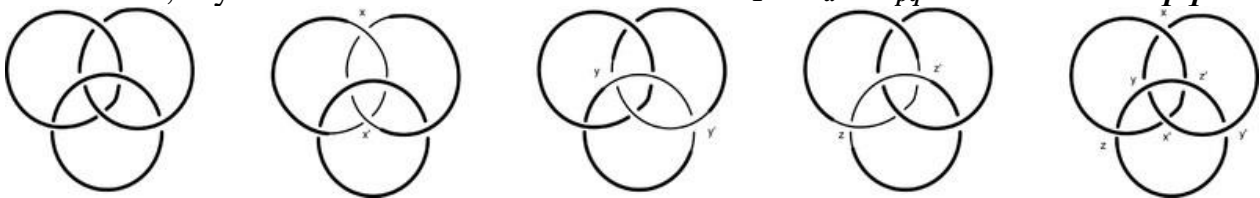
à partir de ces deux observations, reprenons l'état du nœud ci-dessus sur lequel nous avons apposé les tournures par le truchement des bouclettes remplacées par des lettres. nous mettons en évidence les relations lunulaires qui constituent la lecture lunulaire des tournures. **dessins.** en attribuant la tournure t à un croisement quelconque, nous déterminons la tournure de chacun des autres croisements par lecture lunulaire. **dessins.** que d'autres brins traversent ces lunules ne change rien à la relation lunulaire qui lie ces autocroisements. **dessins.**

la **tournure de l'état** du nœud est le couple des nombres de croisements répartis selon les deux tournures : $\mathbf{T} = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$, que nous pouvons écrire : $\mathbf{T} = \mathbf{x}t + \mathbf{y}t'$. si nous avons attribué la tournure t' au même croisement quelconque, les termes

de la tournure \mathbf{T} de l'état seraient inversés, mais les rapports (notamment la valeur absolue de leur différence), resteraient inchangés.

intercroisements (texte + dessins). chaque brin d'un intercroisement se raboute à lui-même. **dessin.** les intercroisements vont toujours par paire : le raboutage des brins d'un intercroisement suppose l'existence d'un autre intercroisement, le plus simple est le *simple enlacement* à deux ronds et deux croisements.

pour lire la tournure des intercroisements de deux ronds, p et q , nous les transformons, par homotonie, en ajoutant un croisement. il suffit de remplacer l'un des intercroisements par une lunule de même ornure. il y a deux manières de le faire. **dessins.** selon que l'axe de la lunule correspond à l'une ou à l'autre des diagonales du poinçon. de l'une à l'autre la tournure s'impose. **dessins.** mais par chacune nous retrouvons les mêmes oppositions et identités de tournures entre les croisements. en comptant pour $+1$ le croisement ajouté homotoniqument (artifice par lequel nous lisons la tournure), nous avons en un cas $\mathbf{T}_{pq} = (\mathbf{x} + \mathbf{1}, \mathbf{y})$, en l'autre $\mathbf{T}'_{pq} = (\mathbf{x}, \mathbf{y} + \mathbf{1})$. pour un état d'un nœud à deux ronds ne comportant que des intercroisements, il est indifférent d'écrire la tournure comme \mathbf{T}_{pq} ou \mathbf{T}'_{pq} puisque chacune se lit comme symétrie de l'autre. par contre, s'il existe aussi des autocroisements, nous devons déterminer par le truchement des bouclettes la tournure d'au moins un autocroisement par rond. **dessin.** en traduisant les bouclettes par des lettres dont nous apposons une arbitrairement auprès d'un premier autocroisement quelconque, nous avons lié chaque bouclette à une lettre. *dans ce cas*, nous devons respecter cette liaison dans l'écriture/lecture pour tous les croisements. puis nous procédons par bouclettes ou relations lunulaires pour les autres autocroisements. **dessin.** nous déterminons ainsi la tournure \mathbf{T}_a de la collection des autocroisements de tous les ronds d'un état. ensuite nous ajoutons, selon le protocole homotonique ci-dessus, un croisement pour lire la tournure de la collection des intercroisements, \mathbf{T}_{pq} ou \mathbf{T}'_{pq} . **dessins.** cette transformation des intercroisements n'a pas d'effet sur la tournure des autocroisements d'origine. il y a deux lectures de la tournure des intercroisements et une seule de celle des autocroisements. en additionnant celle-ci et une des tournures d'intercroisements, nous obtenons une tournure de l'état. comme il y a deux tournures d'intercroisements possibles, il y a donc deux tournures de l'état : $\mathbf{T}_1 = \mathbf{T}_a + \mathbf{T}_{pq}$ et $\mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_a + \mathbf{T}'_{pq}$.



i : dessiner un amas et caractère de l'amas

ce chapitre donne une méthode et des outils pour dessiner tous les états d'un **amas**. *deux états nœudiens sont du même amas, et donc sont deux états du même nœud, s'ils sont métamorphosables l'un en l'autre par métamorphose régulière, no-*

tamment permutation ou retournement. on remarque que leur tournure est identique.

tous les états d'un amas sont métamorphosables l'un en l'autre, les métamorphoses étant aussi *involutives*, que ce soit directement, par une seule métamorphose, ou indirectement, par plusieurs métamorphoses, c'est-à-dire en passant par d'autres états. c'est la traduction nœudienne des "histoires" en physique quantique et, maintenant, en gravitation en boucles :

- 1°-- aucun état n'est le "premier" de l'amas (en dehors de la pratique du dessin); le "temps" classique est donc exclus de l'histoire, mais il demeure en tant qu'effectuation d'une métamorphose, avec un caractère plus "biologique".
- 2°-- aucun chemin des métamorphoses n'est privilégié, mais ici, la *statistique* des histoires est facile à connaître puisqu'elle ne dépend que des motifs de métamorphoses que chaque état recèle.
- 3° -- il existe un *invariant d'amas*, la **différence de tournures** identique pour chaque état de l'amas ce qui permet d'en exclure tout état réduit métamorphosable à même nombre de ronds et de croisements qui ne posséderait pas cet invariant. cependant, nous ne pouvons tirer aucune conclusion si ces deux états ont même différence de tournures.
- 4°-- les nœuds sont des objets/rerelations ou relations dessinables qu'on peut faire croître en ajoutant autant de croisements qu'on veut, comme les nombres entiers, ou selon les **opérateurs d'homotomie** nœudienne, vers l'infini sans cesser d'être finis.
- 5°-- la géométrie de cette topologie particulière est relative à chaque état car, pour chaque motif de métamorphose que recèle l'état, il lui correspond un *bâti* spécifique de l'état, bâti qui reste invariant pour la métamorphose considérée, c'est-à-dire que deux états corrélés par les deux états **m** et **m'** de la métamorphose ont même bâti **B** pour cette métamorphose : état initial **é** = **B** + **m** et état final **é'** = **B** + **m'**, le signe "+" représentant la soudure topologique, de telle sorte qu'on peut écrire **é'** relativement à **é** : **é'** = **é** - **m** + **m'**; on appelle #différentiel le terme $\delta_{m',m} = m' - m$, ce qui permet d'écrire : **é'** = **é** + $\delta_{m',m}$; à l'inverse, pour passer de **é'** à **é**, il suffit d'écrire **é** = **é'** + $\delta_{m,m'}$, les indices permutent les différentiels n'étant pas commutables avec, simplement $\delta_{m',m} = -\delta_{m,m'}$. voir plus bas : #filmer les métamorphoses. si un état recèle *q* motifs de métamorphoses, il recèle donc relativement, c'est-à-dire potentiellement, *q* bâtis; chacun de ces bâtis se retrouvant invariant dans chaque état issu de chacune des métamorphoses. de plus, si l'effectuation d'une métamorphose est continue, le brin glissant ou basculant, son résultat est discret. juste fusion du quantique et du relativiste.

l'amas d'un nœud est un réseau d'états, généré à partir de n'importe lequel de ses éléments par métamorphoses.

un état peut aussi se présenter de plusieurs façons : #changement de présentation. un état peut aussi se plier : voir le paragraphe #pliage en pratique dessiner un amas consiste, à partir d'un état, à repérer et effectuer toutes les métamorphoses possibles et à caractériser chaque état obtenu à l'aide de sa paire de

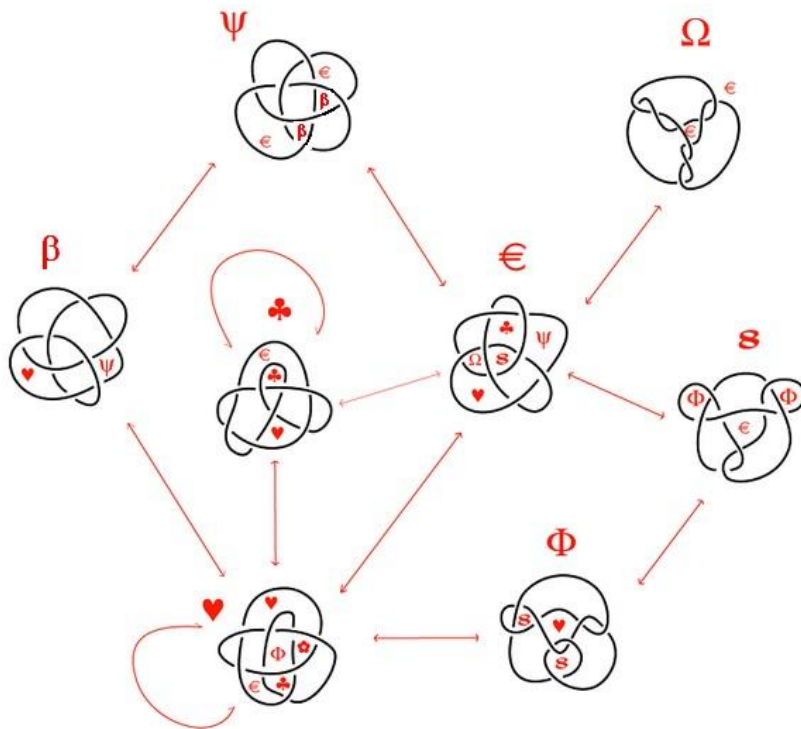
#graphes de connexité duaux, d'une #formule particulière, formule de *superposition* des motifs de métamorphoses recelés par l'état, et d'une #table d'état recueillant les paramètres noeudiens de l'état : *parure*, **ornure** et *tournure*. voir les paragraphes concernés.

amas

un exemple (dessins ci-dessous) le noeud **8**₂₀ : nous dessinons l'amas à partir de l'un quelconque de ses états car chaque état recèle un ou plusieurs motifs de métamorphose et tous sont le "germe" de l'amas. tous les états de l'amas ont même nombre de croisements, huit, et tous ont des arcs de portée maximum $p_m = 2$, conformément à la formule **8**

$\geq 5.2 - 1 - 1$. (exercice : vérifiez qu'en inversant un croisement, Dessus dessous, d'un quelconque état de l'amas ci-dessous, et obtenant ainsi un arc de portée **3**, l'état devient réductible. la formule nous indique qu'il ne peut exister de noeud premier à un rond et 8 croisements acceptant un arc de portée > 2 ; par exemple, $8 \geq 5.3 - 1 - 1$ est faux, etc.). les motifs de métamorphoses sont désignés par des signes placés dans leurs zones actives afin de rappeler les états du même signe qu'elles génèrent. l'état Ω est le seul état possédant deux motifs et ne donnant qu'une seule métamorphose (c'est-à-dire que l'effectuation des deux métamorphoses donne deux résultats indiscernables, l'état ϵ -- exercice : essayez); les états \clubsuit et \heartsuit sont chacun autométamorphosables, c'est-à-dire qu'un de leur motif redonne l'état; nous disons qu'il "rate"; à ce propos il est juste de remarquer qu'effectuer une métamorphose qui "rate" ou ne rien faire ce n'est pas la même chose! l'état ϵ est l'intermédiaire obligé entre Ω et le reste de l'amas. aucun état n'est le dual d'aucun autre, ils sont donc tous **parfaitement distincts**, ce qui est d'ailleurs la définition du *changement d'état*.

chemins dans l'amas, histoires. il n'y a pas de chemin, c'est-à-dire une suite d'états consécutifs, des métamorphoses privilégié pour parcourir l'amas, en voici un, par exemple, qui passe par toutes les flèches et tous les états; il comporte 14 états donc 13 métamorphoses : $\Omega \epsilon \S \Phi \heartsuit \heartsuit \epsilon \clubsuit \clubsuit \heartsuit \beta \Psi \epsilon \Omega$. on peut imaginer que chaque métamorphose s'effectue à la plus grande vitesse possible, soit celle de la lumière, sur la plus petite longueur envisageable, soit la longueur de planck, etc. le chemin ci-dessus, partant de Ω et y retournant, mettrait donc 13 temps de planck pour s'effectuer, soit $13 \times 5,391 \cdot 10^{-44} \text{s} \approx 7 \cdot 10^{-43} \text{s}$. il est donc loisible de rechercher, pour chacun des états par exemple, le plus court chemin dans l'amas partant de l'état et y revenant en ayant parcouru tout l'amas c'est-à-dire être passé par tous les autres états.



amas du 8_{20} pour il-

lustrer la notion de portance vue plus haut, nous donnons dans l'ordre lexicographique les portances des huit états de l'amas :

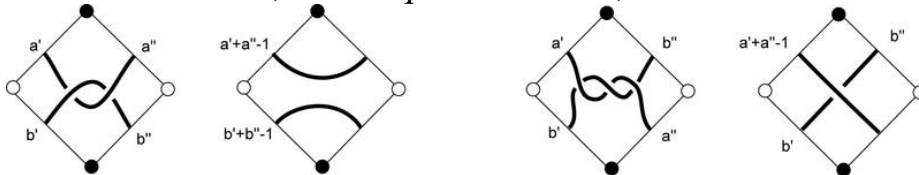
Ω 01011122
 ϵ 01020122
 \heartsuit 01020212
 Ψ 01021022
 \clubsuit^* 01110212
 β^* 01111022
 S, Φ 01112102

les astérisques indiquent les états pour lesquels l'écriture de la portance connaît deux arcs de portée $\mathbf{0}$ de départ, c'est-à-dire produisant deux mots *portance* identiques, les mots étant circulaires; par exemple, la portance de \clubsuit peut se lire du premier $\mathbf{0}$ de la gauche vers la droite, et du second $\mathbf{0}$ de la droite vers la gauche circulairement. écrivons pour chacun de ces états leur polynôme de portance \dot{p}_2 (nous sous-entendons l'exposant 2 du premier coefficient et omettons le coefficient des arcs " $\mathbf{0}$ " - voir plus haut #portance) : $\dot{p}_2\{\Omega, \clubsuit, \beta, S, \Phi\} = 24$ et $\dot{p}_2\{\epsilon, \heartsuit, \Psi\} = 32$. une relation qualitative simple existe entre le nombre d'arcs de portée la plus grande et la "flexibilité" de l'état : plus ce nombre est élevé, plus le potentiel de métamorphoses de l'état est important, comme on peut le remarquer dans l'amas ci-dessus pour les états ϵ et \heartsuit qui sont les deux états qui offrent le plus de motifs de métamorphoses. *ampleurs des états* — voir plus haut #portance — (nous ne donnons le développement que pour Ω) : $\Omega = 64 + 16 + 8 + 4 + 4 + 2 = 98$, $\epsilon = 106$, $\heartsuit = 108$, $\Psi = 110$, $\clubsuit = 124$, $\beta = 126$ et $S = \Phi = 134$. d'autre part, l'amas se comporte comme une variété pour la-

quelle, vu la singularité Ω , l'état ϵ joue un rôle particulier : si on le retire, l'amas est coupé en deux tronçons, Ω d'une part et le reste sans ϵ d'autre part. dans ce sous ensemble, un seul chemin complet minimal est possible (dans un sens ou dans l'autre) : $\Psi \beta \heartsuit \clubsuit \heartsuit \Phi S$. c'est ensuite au tour de \heartsuit de jouer ce rôle, etc. les nœuds à un rond et huit croisements sont au nombre de vingt et un dont dix-huit triviaux (alternés) et trois non alternés (métamorphosables donc). il est intéressant de comparer les amas de la nuée du même nœud et des autres nœuds dont nos dessins donnent l'un.

le test de rareté

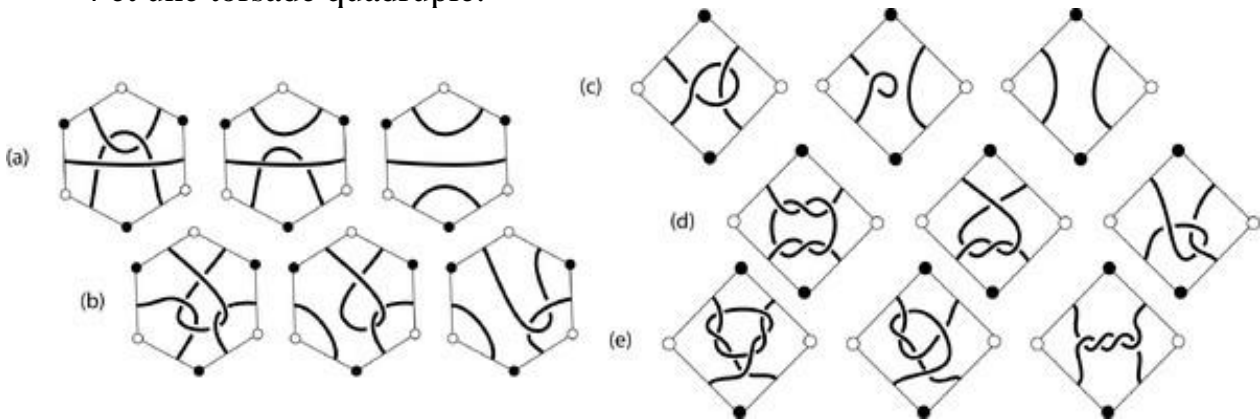
dans la présentation de cet ouvrage nous énoncions que la rareté était fonction de la capacité qu'a une lunule d'entraîner la disparition de plus de croisements qu'elle n'en comporte, c'est-à-dire ses deux plus un, supplémentaire, au moins. et nous appelons *précieuse* une telle lunule. c'est dire que son annihilation perturbe son environnement nœudien jusqu'à, pour certains états, leur annihilation complète et la dégénérescence du résultat obtenu en rond(s) non noué(s). lorsqu'on effectue une **idd** (voir ci-dessus #définition d'un nœud rare) sur une lunule, la torsade double disparaît pour laisser place à une torsade nulle. lorsqu'on effectue une **idd** sur une ganse, la torsade triple laisse place à un croisement, ou torsade simple. on vérifie ainsi aisément qu'une *torsade multiple* à c croisements devient après une **idd** une torsade à $c - 2$ croisements, une *quatre* devient *deux*, une *cinq* devient *trois*, etc..



nouage. pour cela, qui ressemble à une redondance, la nœudienne délaisse les torsades multiples à $c > 3$, et tend à les réduire aux quatre fondamentales dont les propriétés ne s'équivalent pas : *nulle*, simple, double (*lunule*) et triple (*ganse*). on pourrait se dire que la ganse pouvant, par **idd**, se réduire à la torsade simple, un seul croisement, pourquoi la conserver dans notre ensemble?, et à la limite idem pour la lunule qui devient une torsade nulle! ainsi les seuls nœuds véritablement *générateurs* seraient ceux ne comportant que des torsades simples. ces nœuds, ou plutôt ces états puisque nous pratiquons en priorité les nœuds métamorphosables, la nœudienne les nomme *nœuds simples totalement desserrés* car nous étudierons aussi les états selon leur *serrage*, c'est-à-dire en fonction du rôle qu'y jouent les torsades multiples ($c \geq 2$). de plus cette question interviendra aussi en homotonie, entre autres, lorsque nous étudierons les **transmutations**. la nœudienne ne s'intéresse pas aux nœuds ayant des états comportant des torsades à plus de trois croisements. au-delà de trois croisements, une torsade de valence paire à $2.c$ croisements se simplifie en une torsade à valence paire de rang immédiatement inférieur, à $2.(c - 1) = 2c - 2$ croisements donc si $2.c = 4$, $2.c - 2 = 2$ soit une lunule. de même une torsade

de valence impaire à cinq croisements se réduit après idd à une torsade à trois croisements. simplifier les torsades de cette manière ne change rien au nouage : nous inversons un Dessus-dessous, deux croisements en lunule disparaissent, c'est tout. une lunule ainsi annulable n'existe que pour elle-même, elle ne participe pas au nouage du nœud, simplement à son resserrage; elle est une "complication" du nœud et non un élément de *complexité* du nœud, c'est pourquoi nous l'annulons. pour cette opération certaines torsades doubles à 2 croisements deviendront des torsades nulles à 0 croisement, d'autres, triples à 3 croisements deviendront des torsades simples à 1 croisement. mais ce qui différenciera ces torsades des précieuses sera le fait que pour celles-ci, les simplifications ne seront pas toujours possibles sans altérer le nouage, c'est-à-dire sans entraîner une perte de croisement(s) en plus de ceux de la lunule délibérément annulée.

les dessins ci-dessous montrent des cas d'idd. sur (a) la lunule d'une agrafe retournable; *résultat* : moins 4 croisements, ce qui donne $4 - 4 = 0$, une double torsade nulle. sur (b) un motif composite permutation réductible (non alternée)/lunule; *résultat* : moins 3 croisements, ce qui donne $5 - 3 = 2$ soit une lunule. sur (c) une permutation; *résultat* : moins 2 croisements, ce qui donne une bouclette à un croisement, qui s'annule tout aussitôt, donc $3 - 3 = 0$ soit une torsade nulle. sur (d) une somme topologique de deux ganses d'ornures inverses; *résultat* : moins 2 croisements, puis, par retournement moins un croisement, ce qui donne $6 - 3 = 3$ et une permutation. sur (e) deux ganses de mêmes ornures réunies par un croisement d'ornure inverse; *résultat* : moins 2 croisements, puis par retournement moins un croisement, ce qui donne $7 - 3 = 4$ et une torsade quadruple.



une ganse est une torsade composée de trois croisements qui font *deux* lunules. dans les cinq motifs présentés, toutes les lunules sont précieuses, elles participent donc de la rareté de l'état qui les contient, sans préjuger de la préciosité des autres lunules du même état. c'est après seulement avoir effectué ce test complet sur tout l'état que celui-ci peut s'avérer rare ou non. de même, pour tous les états de l'amas et sur tous les amas de la nuée afin de déterminer si le **nœud** est rare ou non.

cette simplification de la lecture des nœuds qui néglige ceux ayant des torsades multiples qui compliquent sans complexifier nous entraîne à ne pas porter at-

tention à la totalité des nœuds rapportés dans les tables usuelles, par désintérêt de ceux qui possèdent des torsades multiples à la limite infinies. on peut fabriquer une infinité de nœuds à n'importe quel nombre de croisements, aux morphologies infiniment semblables, avec de telles torsades! **tissu métabolique de l'espace**

il s'agit d'une modélisation de l'espace induite par les nœuds considérés comme les "granules" ultimes de l'espace. ces "granules" n'ont jamais de forme stable et par conséquent de masse fixe, et leur seule invariance réside dans leur lieu-métamorphose élastique. ils sont de la "mousse" de matière-espace — pour parler comme les physiciens à propos du spin. **définition nœudienne de la trivialité.** un nœud trivial est un nœud totalement alterné. trivial il demeure *noué!* on ne saurait donc le confondre avec un quelconque rond non noué aussi tordu soit-il (voir ci-dessous, #Y--invitation à la plastique nœudienne, remarque d). regardons la portance d'un état non alterné, par exemple ceux dessinés ci-dessus; puisqu'il n'y a pas de privilège, chaque arc peut être pris comme départ du trajet des arcs. comme il y a autant d'arcs que de croisements, C , il y a donc C chemins possibles, mais de plus, chaque arc offre deux directions de trajets, soit $2C$ mots-portances possibles, non identiques quoique quotientables, puisque circulaires, à un seul, arbitraire, d'entre eux. il n'est que de regarder nos exemples. les nœuds triviaux, par contre, quel que soit l'arc de départ et quelle que soit l'orientation prise pour effectuer le trajet, n'offre qu'un seul et même mot. cette dégénérescence des $2C$ mots en un seul, quotientage immédiat et trop simple, ne permet donc pas de distinguer tous les nœuds triviaux à même nombre de ronds et même nombre de croisements puisque tous auront la même portance donc le même mot $P =$

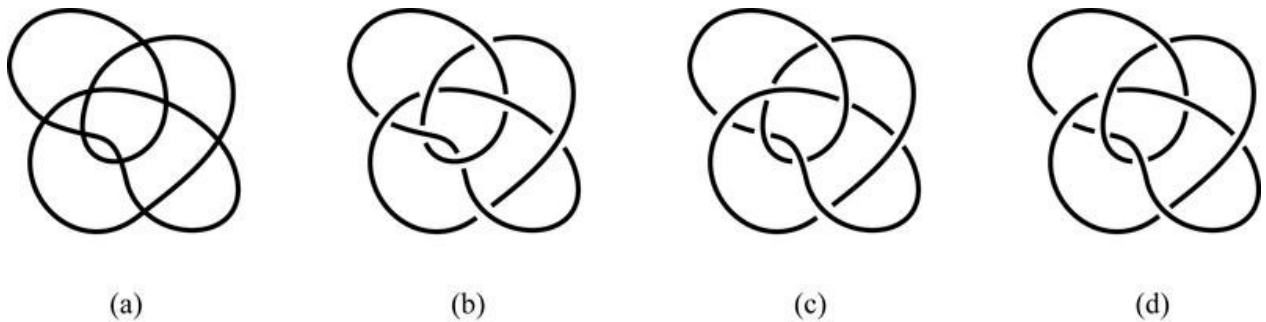
11...11. c'est ce fait qui permet d'appeler *triviaux* les nœuds alternés.

l'ombre. la projection d'un état sur un plan donne son ombre; tous les croisements apparaissent comme des points doubles, sans la troisième dimension, on peut donc l'assimiler à un graphe dont tous les sommets sont des points doubles. on peut considérer l'ombre comme une classe d'équivalence de tous les états ayant *même morphologie* apparente (aux petites déformations de brins près, c'est-à-dire qui ne créent ni n'annulent de croisements). de plus, il est ultra facile, à partir de l'ombre, de dessiner un nœud trivial : il suffit de dessiner les croisements alternés. ce nœud trivial peut, lui aussi, être considéré comme classe d'équivalence de tous les états ayant la même ombre, y compris lui-même. ce nœud trivial est le premier dont nous sommes assuré.e.s qu'il tienne et est réduit, donc *premier*. deux nœuds triviaux différents ne peuvent avoir la même ombre, de quelque manière qu'on s'y prenne; ce fait permet d'éviter les doublons dans les tables habituelles de nœuds lorsque nous sont présentés les nœuds alternés. distincts, nous pouvons donc les compter car chacun vaut un. quels que soient le nombre de ronds qui les composent et leurs nombres de croisements, ces nombres sont toujours finis. dire "un nœud à un nombre infini de ronds et de croisements" est une litote, mais cet infini est pensable et dicible; de ce point de vue, les nœuds sont porteurs de deux ensembles numé-

riques infinis couplés, c'est-à-dire de deux séries arithmétiques simultanées infinies : la série des ronds et celle des croisements. ce fait les apparente à d'autres éléments qui s'offrent spontanément à la "binarité", par exemple les nombres complexes, opérateurs à deux "dimensions", les matrices, etc..

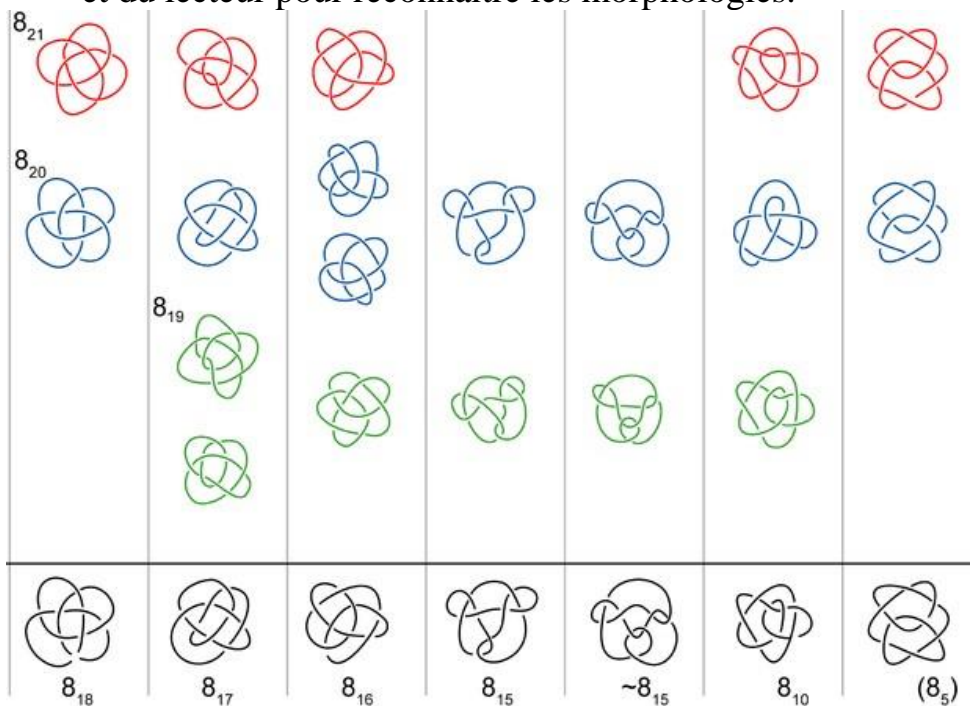
métaboles et métabolites

nous avons dit plus haut que tous les états d'un amas sont *parfaitement distincts*. cela ne signifie pourtant pas que leurs ombres soient parfaitement distinctes, y compris les nœuds triviaux qui leur sont *attachés*. de ce point de vue, bien que les états en tant que tels soient distincts, il se peut que deux états aient même ombre. nous appelons **métabole** l'ensemble constitué d'une ombre, du nœud trivial correspondant et de tous les états réduits ayant cette ombre et ce nœud trivial comme classes d'équivalences quelles que soient leurs #portances. ces états sont les **métabolites** du métabole. l'ombre et son nœud trivial forment la *racine* du métabole. un amas peut donc offrir moins de métaboles qu'il ne comporte d'états. dans nos dessins ci-dessous, **(a)** est l'ombre d'un métabole à 8 croisements, **(b)** est le nœud trivial et eux deux forment la racine du métabole dont deux métabolites sont dessinés **(c)** et **(d)** appartenant à deux amas différents de deux nœuds premiers différents. (exercice : trouvez lesquels).



nous avons vu aussi que la parure est un paramètre de l'ombre, ce qui signifie qu'en tant que paramètre morphologique associé à la racine du métabole il est nécessairement le paramètre commun à tous les métabolites du même métabole. associées à la **portance** qui recueille les ornures sur l'état, *parure commune* et *ornures différenciées* génèrent la *tournure singulière* de chaque métabolite. pour un métabole donné, la parure de *tous* les métabolites est **absolument** identique pendant que les ornures peuvent varier et donc les tournures. dans certains cas les portances, ordinairement différentes, peuvent être identiques (voir plus haut l'amas du **8₂₀**). pour tous les état d'un amas, la *différence de tournures* est identique. un amas offre donc des métabolites parfaitement distincts, ce qui signifie qu'il "s'arrime" simultanément à autant de métaboles qu'il possède d'états, les métamorphoses d'états faisant passer d'un métabole à l'autre. l'amas apparaît donc aussi comme un "filet" *arrimé* à plusieurs "piles" qui supportent plusieurs filets (au moins un) "empilés" les uns sur les autres. tout cela, "filets" et "piles", dessine la trame d'un espace dynamique, mouvant, à la fois élémentaire et complexe, au gré des nuées. nous présentons trois amas

de trois nœuds 8_{19} , 8_{20} et 8_{21} , répartis selon leurs sept métaboles, chaque colonne représentant un métabole, sans sa racine complète à savoir sans l'ombre mais avec le nœud trivial correspondant. nous faisons confiance à l'œil de la lectrice et du lecteur pour reconnaître les morphologies.



(exercice : dessinez et retrouvez dans une table des nœuds usuelle les sept nœuds triviaux correspondant à nos sept métaboles, et, pourquoi pas, dessinez leurs racines complètes).

le nœud dont le numéro est entre parenthèses est présenté sous forme duale (par pliage) dans les tables de nœuds habituelles. les deux 8_{15} et $8_{15\sim}$ sont deux états mutuellement métamorphosables, par la permutation, du même nœud.

observations portant sur les torsades. les deux états du $[8_{18}]$ ne possèdent aucune torsade multiple, nous les appelons états *très-desserrés*. à l'inverse, les deux états du $[8_5]$ ne comportent que des torsades multiples, deux torsades triples et une torsade double; pour cela nous les appelons états *très-resserrés*. nous décrivons ainsi les états en fonction de leurs compositions en torsades : soit **t** pour les triples, **d** pour les doubles et **s** pour les simples, les croisements isolés; alors chaque état est décrit par un mot-torsade **tds** dans lequel chaque lettre représente le nombre de torsades correspondantes. nous obtenons la liste suivante, que nous nommons du nœud trivial représentant entre crochets $[8_k]$, depuis l'état ne possédant aucune torsade multiple jusqu'à ceux ne possédant que des torsades multiples (on retrouve le comptage des croisements en écrivant l'addition : $at + bd + cs = 3a + 2b + c = C$ le nombre total de croisements de l'état, où les a, b et c représentent le nombre de torsades) : $[8_{18}] = \mathbf{008}$, $[8_{17}] = [8_{16}] = \mathbf{024}$, $[8_{15}] = [8_{15\sim}] = \mathbf{032}$, $[8_{10}] = \mathbf{121}$, et $[8_5] = \mathbf{210}$ – si nous voulons ordonner cette liste relativement au serrage et si nous prenons comme symbole le signe "<", " $x < y$ " signifiant "x est moins serré que y", la liste s'écrit : $[8_{18}] < [8_{17}], [8_{16}] < [8_{15}] < [8_{10}] < [8_5]$, ordre qui retrouve implicitement le calcul des

nœuds comme chez conway par exemple. on peut, sans trop déroger au raisonnement scientifique, imaginer la fiction suggestive selon laquelle plus un état est resserré et plus il est "rigide" et offre plus d'"énergie potentielle". à l'inverse un état très desserré semble plus flexible et offre moins d'énergie, il serait ainsi plus "mou".

morphologie, métaboles et tables des nœuds

il est possible de décrire un amas par la #portance des états qui le constituent et donc de comparer des amas entre eux. la projection métabolique est un moyen simple et immédiat de comparer des amas comme le montre le dessin des métaboles ci-dessus. mais une comparaison plus instructive entre amas porte sur des amas à même nombre d'états dont les états ont mêmes nombres de ronds et de croisements. la portance d'un état est le mot numérique circulaire qui décrit la portée des arcs dans l'ordre de succession (voir ci-dessus § #réductibilité), c'est-à-dire de lecture, des arcs le long de l'état en partant d'un arc de portée minimum jusqu'à l'arc de portée maximum. en pratique on s'arrange pour écrire ce mot en respectant l'ordre lexicographique; quelquefois on trouve un état pour lequel la portance admet soit deux arcs de portée **0** comme départs possibles du mot, soit les deux orientations opposées de lecture à partir d'un même arc. deux états de même métabole ayant des portances différentes sont distincts.

récapitulation : métaboles versus amas.

1 — un amas est constitué de différents états tous métamorphosables les uns en les autres par des métamorphoses régulières (qui ne changent pas le nombre de croisements) directement ou indirectement. **2** — tous les états (ou presque tous) du même amas ont une *ombre*, et donc la *parure* qui s'en construit, différente(s). *il n'y a pas d'ombre, et donc pas de parure, de l'amas.* **3** — ornures et parures variantes dans l'amas se combinent pour former la *différence de tournure invariante de l'amas*. **4** — un amas s' *arrime* à autant de métaboles qu'il contient d'états d'ombres différentes, c'est-à-dire de projections distinctes. **5** — une ombre et sa parure sont **communes à tous les métabolites** de leur métabole; elles forment, avec le nœud trivial qui s'en dessine, la *racine* du métabole. **6** — le nœud trivial qui leur correspond est **commun** à tous les métabolites du même métabole dont il est le premier et alterné. **7** — la tournure n' **est pas** un invariant métabolique. **8** — les métabolites d'un même métabole s'obtiennent les uns des autres par *réalternance* qui est, ici, une forme, un opérateur de l' *homotomie*.

comptage des nœuds.

α) le point **6** ci-dessus indique que tous les nœuds alternés, ne recelant aucun motif de métamorphose basculant (comme la permutation, par exemple) à même nombre **C** de croisements et même nombre **R** de ronds sont nécessairement distincts. les métamorphoses basculantes sont les seules qui peuvent transfor-

mer un état alterné en un autre alterné n'ayant pas même morphologie, et donc appartenant à un autre métabole. les deux congénères, qui pourraient apparaître comme deux nœuds premiers différents, ne seraient en fait que deux *états* différents d'un même nœud dont il ne faudrait choisir de dessiner qu'un seul (en indiquant éventuellement l'autre). ces deux états verraient leurs paires de graphes de connexités duaux différentes, et seraient donc bien, en conséquence, deux états distincts du même nœud; ces deux états composent l'amas unique du nœud considéré, amas qui s'arrime donc à deux métaboles. cependant certaines permutations "ratent" c'est-à-dire qu'elles ne font que changer la *présentation* de l'état, en ce cas les paires de graphes duaux sont les mêmes; l'amas du nœud n'est composé que d'un seul état; dessiner une présentation de l'état suffit. **β**) soit une liste complète de nœuds à **C** croisements et **R** ronds telle qu'elle peut être dessinée dans une table usuelle de nœuds; elle comporte **N** nœuds que nous noterons $N(C,R)$: il s'y trouve **a** états alternés et **b** états non-alternés, $N = a + b$. nous admettrons que cette liste est sans erreur, c'est-à-dire que tous les nœuds $N(C,R)$ y sont distincts et qu'ils y sont tous. les **a** renferment les triviaux statiques (à un seul état) qui sont donc représentés par eux-mêmes, que nous noterons **a**, il y en a **t**, et les **t**

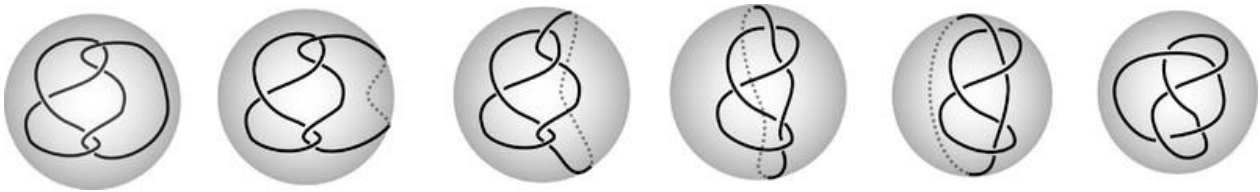
triviaux métamorphosables (donc à plusieurs états) représentés par un seul de leurs états, que nous noterons **a**, il y a **m** en **a** **m**. $N = (t + m) + b$. comme nous savons que deux états triviaux sont de deux métaboles, il y a donc **t** métaboles. les **a** appartiennent pour la même raison à **m** métaboles, mais ils possèdent de plus **u** états métamorphosables (non **m**

dessinés); alors ces **u** états participent éventuellement à **u'** métaboles $u' \leq u$. nous avons donc, pour les **a**, $m + u'$ **m** métaboles, soit $\text{mét}(N) = [t + (m + u')] + b$ métaboles, avec $\text{mét}(N) > N$ ou $\text{mét}(N) = N + u'$. nous raisonnons pareillement pour les **b** nœuds métamorphosables; $\text{mét}(b) = b + b'$. à ce stade, on peut donc écrire : $\text{mét}(N) = \text{mét}(a) + \text{mét}(b) = [t + (m + u')] + (b + b')$, ou $\text{mét}(N) = N + u' + b'$. **γ**) parmi les **a** nœuds triviaux, certains peuvent être réalternés, c'est-à-dire qu'il est possible d'effectuer sur eux des **idd**. nous verrons plus loin un tel algorithme de réalternance (voir section#réalternances et couplages). à l'inverse, les états métamorphosables ont tous une "projection" triviale et cette "projection" se trouve nécessairement déjà comptée dans la liste alternée, sinon cela signifierait que cette liste est incomplète, de même que les nœuds triviaux réalternables se trouvent eux aussi nécessairement dans les amas des nœuds métamorphosables pour les mêmes raisons. ce qui fait que le nombre des nœuds $N(C,R)$ est nécessairement égal au nombre de tous les métaboles des nœuds non alternés, ce nombre est $\text{mét}(b) = b + b'$, auxquels s'ajoutent tous les états triviaux non réalternables, nombre que nous notons **a**. $N(C,R) = a + \text{mét}(b)$. voyons ce que cela donne pour les vingt-et-uns $N(8,1)$ avec la table des sept métaboles dessinée ci-dessus : **1**^o -- il y a dix-huit nœuds triviaux, de 8_1 à 8_{18} et trois nœuds non alternés, de 8_{19} à 8_{21} . **2**^o -- parmi ces dix-huit triviaux douze sont métamorphosables car ils possèdent au moins une permutation, huit à une et quatre à deux

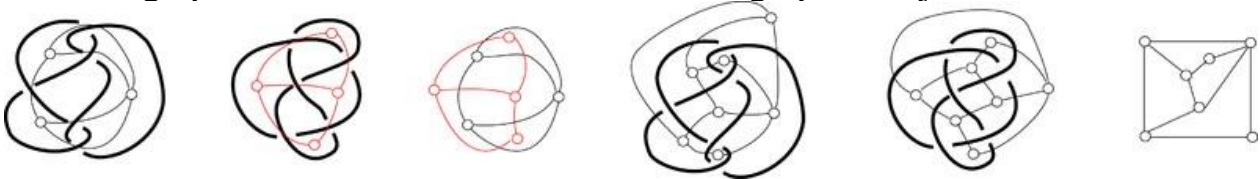
(exercice : trouvez lesquels). 3° -- nous avons vu que six d'entre les triviaux sont réalternables (exercice : trouvez lesquels). cela signifie que les métabolites qui leur correspondent sont des états métamorphosables qui parcourent les amas des trois nœuds 8_{19} , 8_{20} et 8_{21} . dans ce cas nous avons : $b = 3$, $\text{mét}(b) = 6$ et $a = 12$.

changement de présentation

un état peut se présenter de plusieurs façons (même une infinité! mais comme nous ne sommes pas géomètres, nous ne retenons que les présentations "à fil tendu"). une sphère dessinée à toujours l'air d'un disque, on ne voit qu'un hémisphère. projetons-y le dessin d'un état. faisons ensuite glisser une portion de rond sur l'hémisphère caché jusqu'à ce qu'elle revienne sur l'hémisphère visible.



nous obtenons ainsi deux présentations du même état qui ont la même paire duale de #graphes de connectivité ornés et le même #graphe d'adjacence.



de plus, le changement de présentation n'a aucune incidence sur la portance, contrairement aux métamorphoses et mutations. (voir aussi #pliage).

métamorphoses régulière et irrégulière

pour réaliser une métamorphose d'état, soit nous faisons glisser un arc sur une partie de l'état, soit nous basculons un motif.

la métamorphose est dite **régulière** lorsqu'elle **ne modifie pas** le nombre de croisements d'un état à l'autre, elle est dite *irrégulière*, lorsque le nombre de croisements est *modifié*.

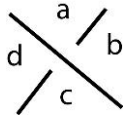
aucun glissement de rond autour de la sphère ne permet de transformer ces présentations l'une en l'autre, et leurs paires de #graphes ornés ne sont pas superposables.

exercice : il existe une table de nœuds réalisée par rolfsen qui donne le dessin de tous les nœuds alternés et non-alternés jusqu'à 10 croisements. visitez le lien suivant par exemple : www.math.toronto.edu/~drorbn/.../Knots - puis essayez de repérer et recopier les nœuds *non alternés*. si vous aimez le risque, créez votre propre nœud avec autant de ronds et de croisements que vous le désirez. est-il réductible ? reste-il métamorphosable après réduction ?

graphes et liens de connexités

un graphe est composé de sommets et d'arêtes. il délimite des faces. les graphes des noeuds qu'utilise la plastique nœudienne sont des graphes dont tous les sommets sont à l'intersection d' **au moins deux** arêtes. pour cela nous les nommons **graphes fermés**. de plus, l'ensemble des graphes nœudiens commence au graphe à 2 sommets et 2 arêtes car il correspond au plus petit nœud à minimum d'arêtes. un croisement dessine quatre *quadrants*.

- deux quadrants qui ont une portion de brin commune sont *adjacents*.
- deux quadrants non adjacents sont *connexes*.

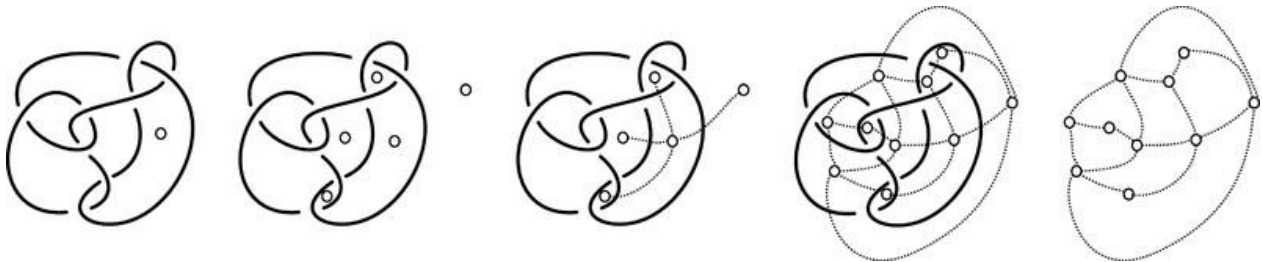


sur l'exemple, **a** est adjacent à **b** et **d** ; et connexe à **c**.

un état d'un nœud parcellise en zones le plan sur lequel il est tracé. un croisement participe à quatre faces et chaque quadrant n'appartient qu'à une seule. deux quadrants adjacents appartiennent à deux faces qui seront dites adjacentes et de même, deux quadrants connexes appartiennent à deux faces dites connexes.

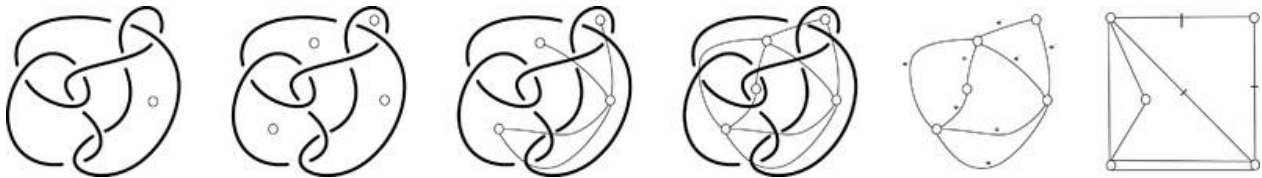
graphe d'adjacence.

dans une face quelconque d'un état d'un nœud (voir dessins ci-après), nous commençons par placer un sommet puis, nous plaçons des sommets dans toutes les faces adjacentes à celle que nous venons de marquer. après quoi nous traçons entre chaque sommet une arête qui recoupe chaque portion de rond commune aux faces adjacentes. nous répétons la procédure jusqu'à ce que chaque portion de rond soit marquée une fois par une arête. comme on le voit, le graphe d'adjacence organise l'espace en cellules quadrangulaires, chaque cellule contenant un croisement.



graphe de connexité.

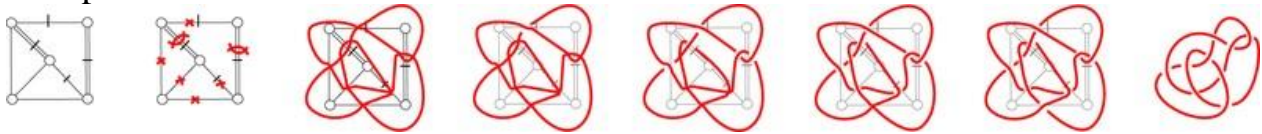
dans une face quelconque d'un état d'un nœud, nous commençons par placer un sommet puis, nous plaçons des sommets dans toutes les faces connexes à celle que nous venons de marquer. après quoi nous traçons entre chaque sommet une arête qui recoupe chaque croisement commun aux faces connexes. nous répétons la procédure jusqu'à ce que chaque croisement soit marqué une fois par une arête. à ce stade, peu nous chaut que l'état soit dans l'ombre ou orné, le graphe étant dessiné dans l'ombre; ensuite, selon notre code de marquage des ornures sur les arêtes du graphe nous plaçons un petit tiret sur les arêtes \acute{o} .



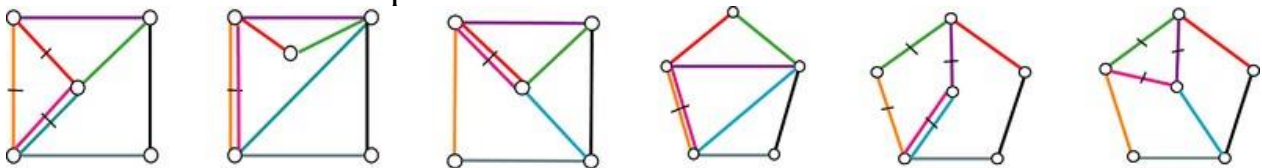
par construction, le graphe de connexité est donc une image univoque de l'état et contient en conséquence toutes les informations des croisements (voir plus loin #graphes ornés). par suite, un graphe orné uniformément ou sans marque des deux ornures est un graphe d'un état d'un nœud alterné.

reconstitution de l'état à partir du graphe de connexité.

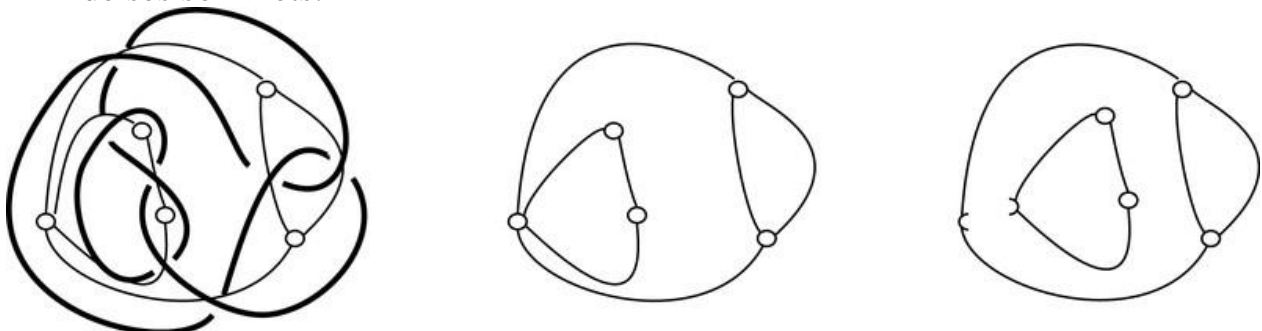
nous livrons une séquence qui permet de comprendre le processus "à l'envers" de reconstitution d'un état nœudien à partir de son graphe de connexité. (voir plus bas #graphes ornés). nous partons du graphe de connexité orné à gauche et sur chacune de ses arêtes nous superposons un croisement qui se partage ainsi sur deux zones connexes du graphe et offre ainsi deux pattes par zone. lorsqu'il s'agit de deux arêtes en faisceau les deux croisements forment immédiatement une torsade double, une lunule (une ganse dans le cas de trois croisements en faisceau). puis dans chaque zone du graphe nous raboutons de la façon la plus naturelle les pattes entre elles : chaque patte se raboute à la patte immédiatement adjacente. nous pouvons ensuite extraire l'état obtenu et l'esthétiser. on remarque bien qu'ainsi il est très facile d'extraire un nœud trivial puisqu'il n'y a pas à se soucier de l'ornure.



chiffrage du graphe suivi des métamorphoses à travers le cheminement des arêtes (chiffrées ou colorées, etc.) dans l'amas. chaque arête est dotée d'une couleur (chiffrage, etc.) qui permet de la suivre dans l'ensemble de l'amas au fur et à mesure des métamorphoses.



voir et dessiner un nœud premier un graphe de connexité d'un nœud non premier peut être décomposé en deux sous-graphes de connexité par scission d'un seul de ses sommets.



l'exemple proposé (voir plus haut #normalisation, la séquence opératoire) est un nœud à sept croisements avec un arc de portée 2 et semble contredire la formule $C \geq 5 \times p_m - R - 1$ qui devient dans cet exemple $7 \geq 5 \cdot 2 - 1 - 1$; mais, ce n'est pas un nœud premier. lorsqu'on a affaire à un nœud non premier qui semble, comme notre exemple, contredire la formule, il est loisible, en effectuant les métamorphoses, de trouver l'état conforme à la formule (voir ci-dessus les dessins du § #normalisation). la formule répond donc bien encore à la somme de deux états premiers formant un nœud non premier une fois toutes les métamorphoses effectuées. c'est ce que nous appelons la *normalisation* d'un état non premier. la formule ayant indiqué des arcs trop longs nous invite à les réduire. néanmoins, la plastique nœudienne délaisse les nœuds non premiers, un peu comme l'arithmétique théorique qui s'intéresse de manière privilégiée aux nombres premiers comme ossature de la théorie des nombres.

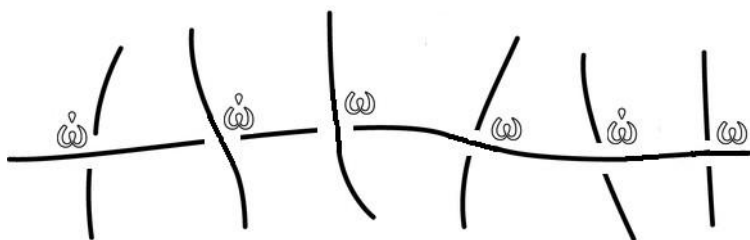
graphes ornés.

deux croisements consécutifs *alternés* ont la *même ornure*. deux croisements consécutifs *non-alternés* ont des ornures *opposées*. nous déterminons l'ornure de chacun des croisements d'un état en écrivant d'abord la lettre ω ou $\acute{\omega}$ (il n'y a pas, *contrairement* aux mathématiques de la théorie des nœuds, de standard d'attribution. voir plus loin #petite étude...) auprès de l'un d'eux choisi arbitrairement. puis, à chacun des croisements qui lui sont consécutifs, nous écrivons une lettre :

- si le croisement consécutif était précédemment orné ω alors ω s'il y a *alternance*, sinon $\acute{\omega}$ s'il y a *non-alternance*;
- si le croisement consécutif était précédemment orné $\acute{\omega}$ alors $\acute{\omega}$ s'il y a *alternance*, sinon ω s'il y a *non-alternance*.

l'ornure répartit ainsi les croisements d'un état en deux collections. nous appelons **ornement** cette assignation.

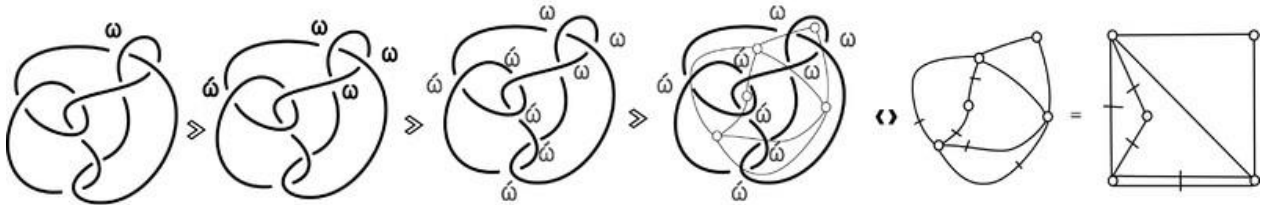
nous notons l'ornure d'un croisement par une lettre : ω ou $\acute{\omega}$.
deux croisements consécutifs alternés auront la même lettre
et des lettres différentes s'ils sont non alternés.



à partir d'un dessin comme le nôtre (exercice : essayez) on peut montrer toutes les situations possibles de voisinages, il y en a 4, par triplets : " ω " *homogène* = $\omega \omega \omega$, " $\acute{\omega}$ " *homogène* = $\acute{\omega} \acute{\omega} \acute{\omega}$, " ω " *"dominant" hétérogène* = $\omega \omega \acute{\omega}$ et $\acute{\omega} \acute{\omega} \omega$, ces deux triplets se lisent dans les deux sens. les arêtes d'un #graphe de connexité traduisent les croisements de l'état à partir duquel il a été construit. nous pouvons désormais y reporter la lettre indiquant leur ornure. ensuite, nous ornons son compagnon dual. chaque arête de l'un correspond à une arête de l'autre ayant l'ornure opposée. entre deux graphes

ornés duaux l'un de l'autre : chaque sommet de l'un correspond à une face de l'autre et réciproquement selon la formule d'Euler (S, F) qui devient (F, S) . chaque arête ω de l'un correspond à une arête $\acute{\omega}$ de l'autre et réciproquement.

le graphe de connexité ainsi orné est dit *graphe exact*. en pratique nous ne portons sur les graphes que les $\acute{\omega}$ que nous remplaçons par des tirets sur les arêtes adéquates.

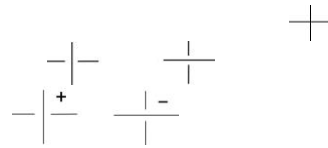


sur le graphe, nous remplaçons l'ornure $\acute{\omega}$ par un petit tiret marquant les arêtes correspondantes.

arrivé.e.s à ce stade, il est possible de reconstituer les états à partir des graphes ornés. (voir ci-dessus #graphe de connexité).

petite étude nœudienne des croisements — 1ère afin de montrer la différence entre le standard étrange d'attribution des valeurs aux croisements de la théorie mathématique des nœuds et l'attribution non standard naturelle de la nœudienne.


phase 0 -- voici l'ombre d'un croisement et ses déclinaisons en dessus-dessous.





phase 1 -- il y a deux manières de dessiner ce croisement avec un Dessus-dessous :

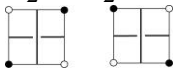
a **b**. les mathématiciennes et les mathématiciens des nœuds prolongent la phase 1 en *phase 2* – **a+** et **b-** où l'on voit qu'ils attribuent une cotation artificielle, arbitraire, "par convention" (c'est-à-dire sans étude ou explication préalable, sorte d'axiome non énoncé!) à deux objets qui sont superposables par rotation (évoquons sans nostalgie le fait que dans l'ancien temps on montrait l'identité de deux figures, triangles par exemple, par leur superposition) — pour s'en convaincre, voir par exemple louis h. kauffman - on knots 1983, ou pour la science n°159 janvier 1991, article de vaughan jones. c'est à partir de cette configuration rigide antinœudienne qu'ils élaborent, avec quelle virtuosité!, tout leur algébrisme avec des polynômes d'une incroyable complication ("complication" et non "complexité") que personne dans la communauté scientifique ne songe à mettre en cause (mais la "sociologie" dont nous entretenons #lee smolin et plus gravement encore ce que nous révèle le prestigieux mathématicien #alexandre grothendieck, qui sait de quoi il parle!, dans son monumental #"récoltes et semailles" sur les mœurs des matheux, nous ont prévenu). mais revenons à notre phase 1 : **a** $\begin{array}{|c|} \hline - \\ \hline + \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline - \\ \hline \end{array}$ **b**. il semble naturel de la continuer ainsi : *phase 2* -- géométriquement, les croisements **a** et **b** sont les mêmes à une rotation $\pi/2$ près : **b** $\begin{array}{|c|} \hline - \\ \hline - \\ \hline \end{array}$ $\overset{\pi/2}{\curvearrowright}$ $\begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline + \\ \hline \end{array}$ **a**, c'est-à-dire qu'ils sont *indis-*

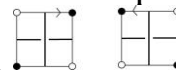
cernables car comme dit ci-dessus *superposables*, totalement; donc nous n'avons qu'un croisement. portons ces deux occurrences du même croisement

dans un carré, que nous appelons *poinçon carré*.  là encore les deux occurrences sont indiscernables. *phase 3* --

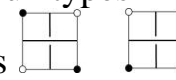
valuons les sommets des poinçons selon les liens de connexités : \mathbf{a}_1  \mathbf{a}_2 et

\mathbf{b}_1  \mathbf{b}_2 ; cette valuation graphique différencie les deux occurrences de ce qui était le croisement unique \mathbf{a} (ou \mathbf{b}) et l'on voit que $\mathbf{a}_1 \neq \mathbf{a}_2$ et $\mathbf{b}_1 \neq \mathbf{b}_2$. mais effectuons $\pi/2$ sur les quatre croisements obtenus d'où il appert que $\mathbf{a}_1 = \mathbf{b}_2$ et $\mathbf{a}_2 = \mathbf{b}_1$. nous obtenons donc bien là **deux** croisements *distincts* (ω ou $\acute{\omega}$)

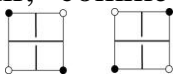
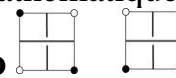
 ($\acute{\omega}$ ou ω) qui ne sont plus superposables.

accentuons cette observation  . *phase 4* -- **choix extrinsèque des valeurs des croisements.**

donnons-nous une famille de deux valeurs; quiconque peut choisir arbitrairement une telle famille : $\{+,-\}$, $\{0,1\}$, $\{-1,+1\}$, $\{1,i\}$, $\{\omega,\acute{\omega}\}$, etc... nous choisissons $\{\omega,\acute{\omega}\}$ parce que non connotée a priori, donc sans conséquence calculatoire immédiate ou induite, et appelons cette famille **ornure**. comme il n'y a pas de privilège, une ornure quelconque peut être attribuée à un croisement quelconque mais une fois une ornure attribuée à un croisement, à moins de sombrer dans le délire, l' **autre** ornure est attribuée à l' **autre** croisement. nous avons bien ainsi deux types

distincts de croisements  auxquels en fonction des besoins pour un état nœudien ou un amas ou une nuée, voire pour comparer les nœuds entre eux, nous attribuerons des valeurs distinctes; valeurs symboliques dont la raison tient à leur seule distinction, et qui respectent la souplesse de l'état. à ce stade seulement nous pourrions

établir, comme en mathématique, une norme d'attribution, pourquoi pas! ω

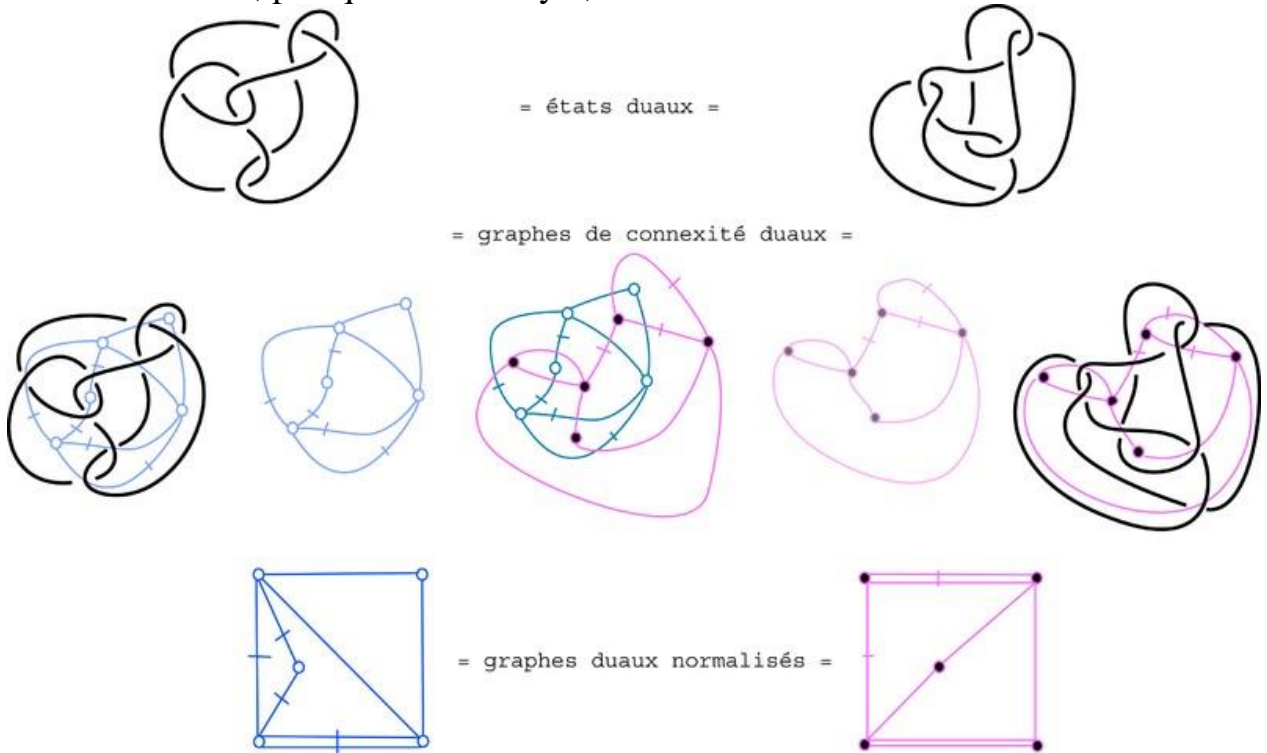
 $\acute{\omega}$ ou $\acute{\omega}$ 

ω . en ce sens, l'attribution *extrinsèque* des ornures rejoindrait l' *intrinsèque* puisque pour celle-ci il suffit de poinçonner un cadran dans l'état en connaissance de sa parure et de sa tournure. rappelons que la parure est un paramètre de l'ombre qui fait office de cycle de sectorisation des croisements (un peu comme les clusters. voir plus loin "tresses"). la tournure étant une sorte de *spin* des croisements extensible à l'état entier, voire à l'amas tout entier.

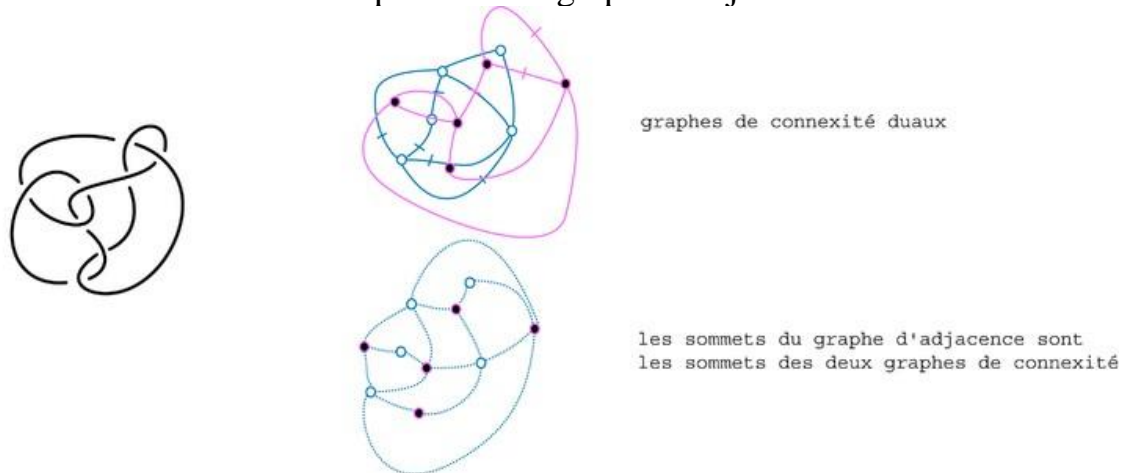
graphe dual - états duaux

1. -- deux états ayant **même** paire de graphes duaux *ornés semblablement* sont *identiques*.
2. -- deux états **n'ayant pas** même paire de graphes duaux, ou *n'étant pas ornés semblablement* sont *différents*.

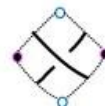
dans nos dessins, puisque dualité il y a, la lecture s'effectue dans les deux sens.



chaque graphe de connexité reçoit dans ses zones les sommets du graphe dual. lorsqu'on assemble les deux graphes duaux, deux arêtes qui se croisent représentent la **même** arête vue dualement. lorsqu'une arête est d'une ornure sur un graphe, la même arête est d'ornure opposée sur l'autre graphe. les deux graphes de connexités forment une bipartition du graphe d'adjacence.



avec le graphe d'adjacence, chaque croisement de l'état est poinçonné entre deux sommets des deux graphes de connexité.



les valeurs des sommets du poinçon mettent en évidence les liens de connexité.

la métamorphose vue par le graphe.

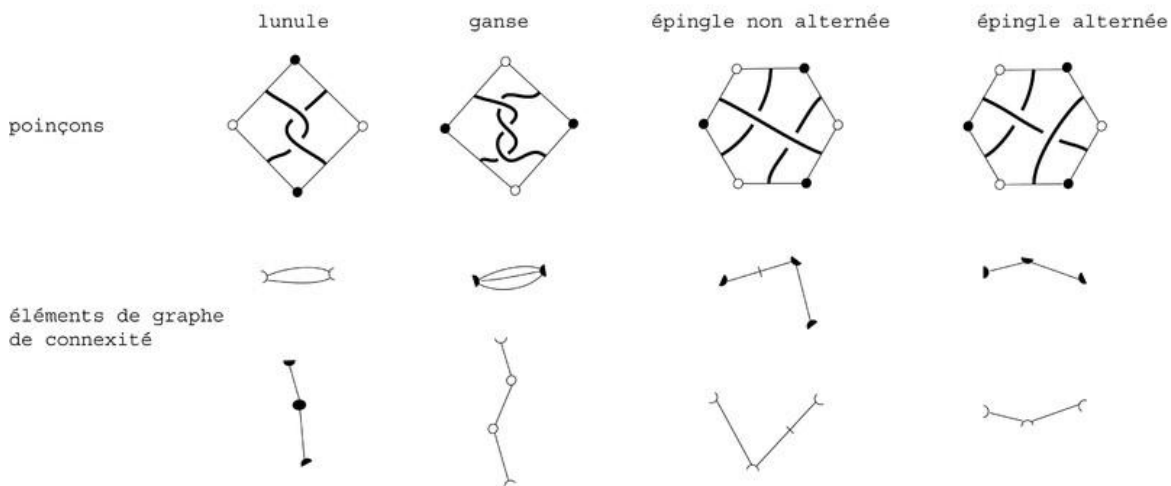
pour cela, il faut reconnaître les motifs de métamorphoses sur les graphes, puis apprendre à effectuer les dites métamorphoses directement sur les graphes. **poinçons et motifs**

le **poinçon** est un outil qui permet d'isoler un motif ou quelque partie d'un état. c'est une portion du #graphe d'adjacence du nœud. un poinçon est un quadrilatère souple constitué d'un nombre pair de sommets et d'arêtes. il y a autant de sommets que d'arêtes. dans la pratique, si nous dessinons un tel poinçon dans son état nœudien il suit naturellement les courbes de l'état; c'est ensuite que nous lui donnons la forme "rigide" d'un polygone aux fins de monstrations, comparaisons, explications, etc.. ce changement de présentation n'altère en rien l'information nœudienne qu'il contient.

motifs élémentaires.

une **lunule** est une torsade double, une **ganse** est une torsade triple. ces deux motifs sont "mono-ornés" : soit $\omega \omega$ soit $\acute{\omega} \acute{\omega}$; une épingle est le motif formé par une portion de brin commune à deux croisements consécutifs; elle peut être non alternée, en ce cas elle est bi-ornée $\omega \acute{\omega}$, ou alternée $\omega \omega$ ou $\acute{\omega} \acute{\omega}$.

motifs simples

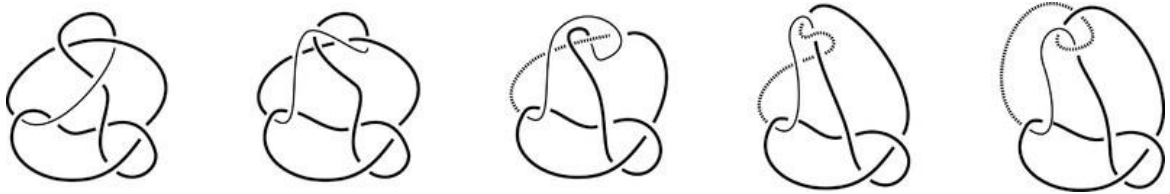


dans nos dessins ci-dessus, les éléments de graphes, associés aux motifs exhibés dans leurs poinçons, montrent : pour la lunule, une lunule *faisceau*, arêtes ayant mêmes sommets, lien de connexité "vide", puis une lunule *ribambelle*, arêtes ayant un seul sommet commun, lien de connexité "plein"; pour la ganse, un faisceau, lien de connexité "plein" et une ribambelle formant un "Z" ou un "N", lien de connexité "vide". les épingles forment toujours un "V".

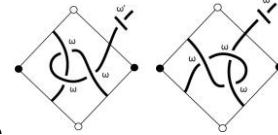
motifs de métamorphoses

- il y a trois motifs usuels de métamorphoses régulières qui sont détaillés dans les séquences suivantes :

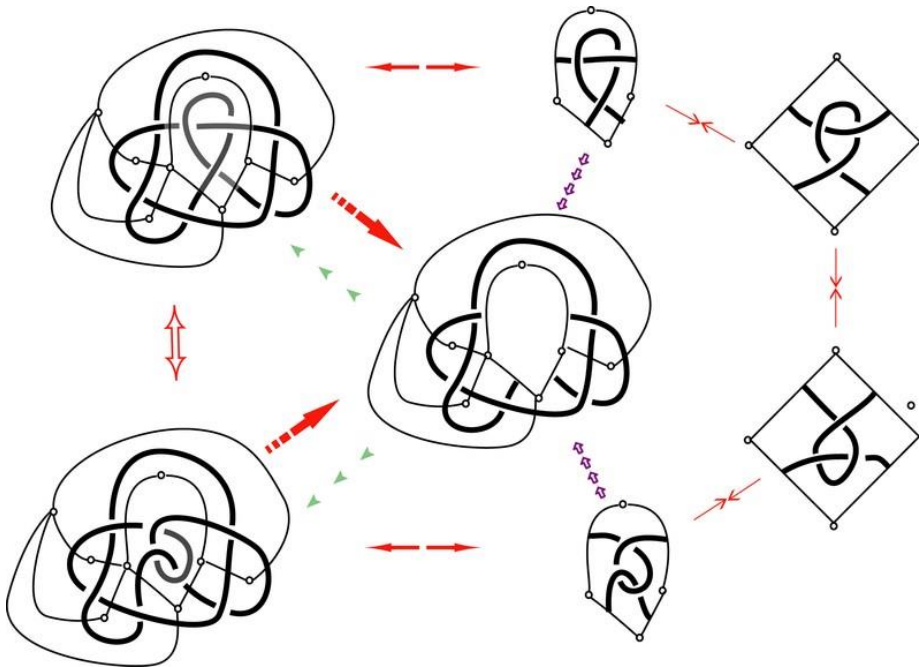
1 la permutation s'inscrit dans un poinçon quadrilatère. elle est composée de deux torsades : une torsade double, la lunule, et une torsade simple, l'auto-croisement. c'est une métamorphose simple par bascule qui se substitue à une série compliquée de glissements que nous illustrons par un exemple :



selon notre mode simplifié qui condense une série d'opérations *glissantes* en une **basculante**, elle s'effectue par décroisement de l'autocroisement qui disparaît pour laisser place à une torsade nulle, et réapparaît de l'autre côté de



la lunule un autocroisement en place de la torsade nulle une bascule remplace plusieurs glissements. nous montrons, de manière condensée, à partir de deux états mutuellement métamorphosables par la permutation comment s'effectue la transformation.



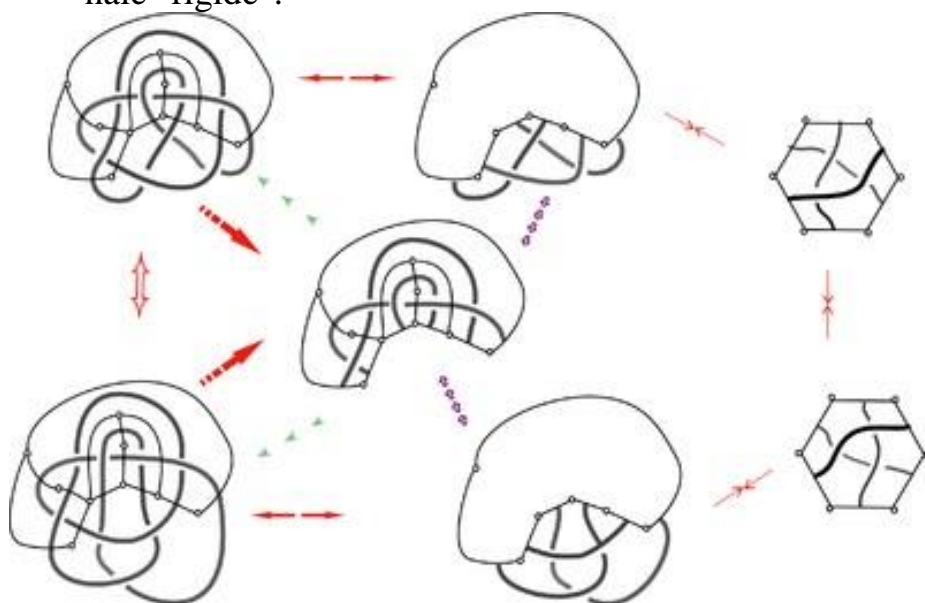
1° – deux états mutuellement métamorphosables par permutation sont dessinés avec leur graphe d'adjacence. de ce fait nos dessins sont lisibles selon les deux orientations : à partir de l'état du haut gauche "de gauche à droite, de haut en bas" et à partir de l'état du bas gauche "de gauche à droite, de bas en haut". 2° – on "extraie" de chaque état le motif de métamorphose, la permutation, dont le poinçon est normalisé afin de montrer facilement la métamorphose mutuelle. 3° – au centre le **bâti** commun aux deux états; le poinçon vide peut recueillir chaque état de la permutation constituant l'un ou l'autre état du nœud.

2 **le retournement du coin** s'inscrit dans un poinçon hexagonal. c'est une maille à trois croisements, où une ornure



est différente des deux autres. nos dessins ont même lecture que ci-dessus mais le motif de retournement semble ici "extérieur" au graphe,

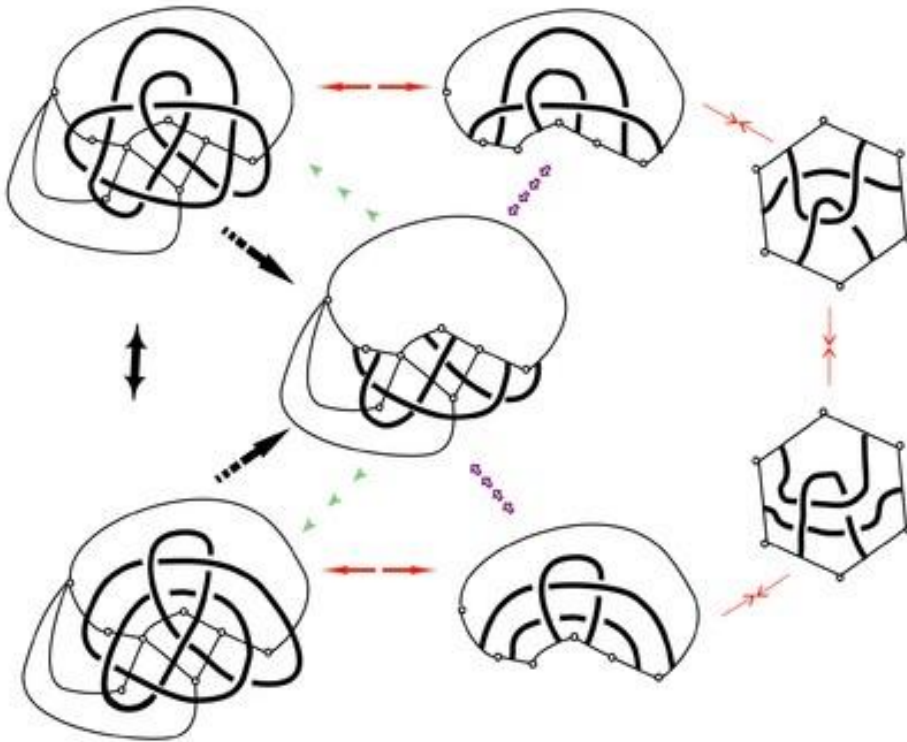
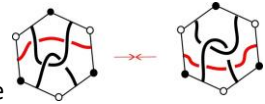
il n'en n'est rien car il n'y a ici ni "intérieur" ni "extérieur". les six "pattes" du motif sont accrochées aux six arêtes de son poinçon. comme énoncé plus haut, nous donnons au poinçon, pour le temps de la monstration, une forme hexagonale "rigide".



. ce motif contient deux épingles retournantes non alternées conjuguées, celle du **Dessus** et celle du **dessous**. la métamorphose s'effectue par le glissement d'une épingle retournante jusqu'à l'autre côté du croisement, retournable donc, qui lui fait face. nous verrons plus loin #la relation triangle-étoile yang baxter une description complète de cette métamorphose et son usage en direction des #...écolières et écoliers.

- 3 **le retournement de l'agrafe** s'inscrit dans un poinçon hexagonal. c'est une maille à quatre croisements que l'on

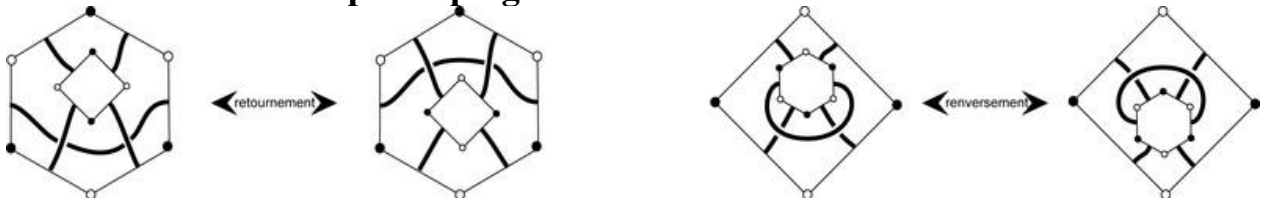
peut décomposer en une lunule alternée et une épingle non alternée, l'épingle retournante



s).

même procédure que ci-dessus.

• **le retournement par l'épingle**

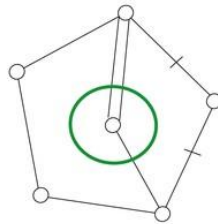
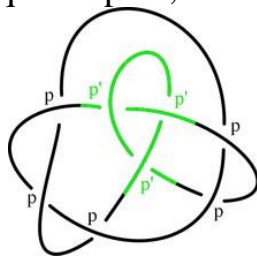


ces schémas généralisent les motifs ci-dessus : un croisement dans le poinçon carré donne le coin retournable, une lunule donne l'agrafe retournable. le **retournement** est représenté par un poinçon hexagonal "extérieur" et un poinçon carré "intérieur", tous deux valués connectivement et reliés d'un côté (haut) par une torsade nulle, c'est-à-dire ne comportant aucun croisement, et de l'autre (bas) par un motif à deux croisements et quatre "pattes", l'"épingle" non alternée. la métamorphose consiste en le glissement de cette portion de brin à deux croisements non alternés, que nous nommons relativement à la métamorphose considérée *épingle retournante*, de part et d'autre du poinçon carré. notez qu'à ce moment la valuation du grand poinçon reste invariante alors que celle du petit poinçon commute ce qui signifie que tout son contenu change de lien de connexité. avec beaucoup de doigté dans le dessin, il est possible d'"inverser", pour le regard tout au moins, les positions relatives des deux poinçons et d'échanger ainsi leurs rôles : le grand poinçon devient "intérieur" et le petit "extérieur". cette inversion des opérateurs nous la nommons **renversement**, et l'épingle de retournante devient *renversante*. métamorphose qui

s'effectue tout comme le retournement. de même notez la commutation des liens de connexité. la relativité des métamorphoses consiste ici en l'inversion des caractéristiques des motifs l'un par rapport à l'autre tout en gardant invariants leurs rapports réciproques.

la parure sur l'état et le graphe

- 1ère il y a deux parures, la **faufilante p**, que nous colorons généralement en vert, et la **sinuante p'**, que nous colorons généralement en rouge ou que nous ne colorons pas; sur le graphe leur distinction apparaît ainsi : la faufilante "coupe" les arêtes et traverse les zones du graphe, la sinuante suit les arêtes qu'elle pare, elle se confond donc avec



	ω	$\acute{\omega}$
p	3	2
p'	3	0

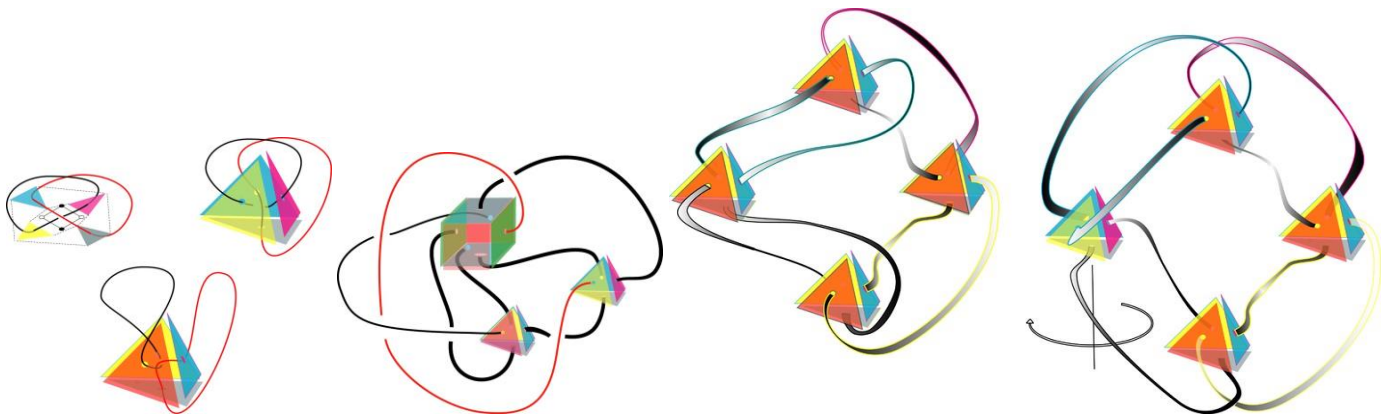
elles.

une parure peut être constituée de plusieurs tenants qui sont nécessairement séparés par l'autre parure. un état peut être monoparé, c'est-à-dire qu'il ne possède qu'une seule parure et tous ses croisements y participent, il peut aussi n'être aucunement paré. les dessins de l'état et de son graphe sont accompagnés de la table de l'état. à partir des

informations que contiennent nos dessins et la table d'état pourriez-vous restituer les ornures ?

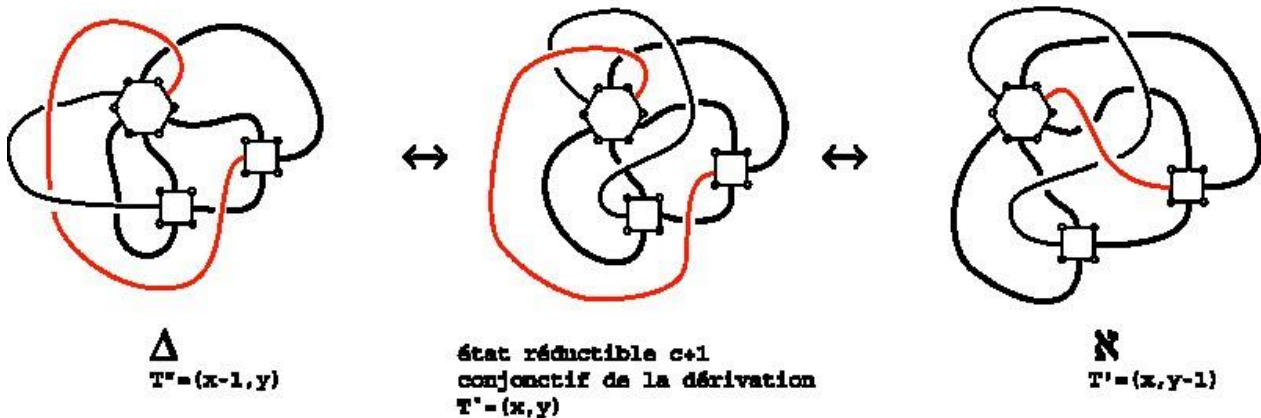
les mutations

il est loisible, pour des raisons ludiques et éducatives, de fabriquer en carton et ficelles les motifs que nous présentons en dessins. le maniement des torsions et de leurs effets est une excellente manière de former le regard, et peut-être, pourquoi pas?, le sens de la spatialité. nous pouvons même aller plus loin dans le scientifico-artistique : vous pouvez remplacer les poinçons à deux dimensions en leurs "équivalents" polyédriques, le tétraèdre, substitut du poinçon carré, le cube, substitut du poinçon hexagonal, etc. les attaches des ficelles, selon la logique de nos schémas, ne posent aucun problème particulier : à chaque arête du poinçon correspond une face du polyèdre. les effets en sont alors fascinants : si, dans nos dessins, les poinçons restent "géométriquement" fixes, les objets fabriqués, en carton ou bois ou plaquettes de métal ou quoi que ce soit, ont une mobilité plus "attractive" d'où des surprises pour le regard et l'intelligence certainement non négligeables; une façon ludique d'entrer dans cette artscience nouvelle, accessible à quiconque, que promeut la nœudienne.



dérivation dans nos dessins nous ne considérons que les croisements, à partir du dessin central, pour lesquels le brin concerné passe dessus : x est le nombre de croisements du brin gris fin et y celui du brin rouge. pendant toutes les manipulations, les trois poinçons restent fixes.

la dérivation



appel : la tournure est l'invariant d'amas

deux états dérivables l'un dans l'autre sont d'amas différents.
une métamorphose qui relie deux états d'amas différents est une **mutation**

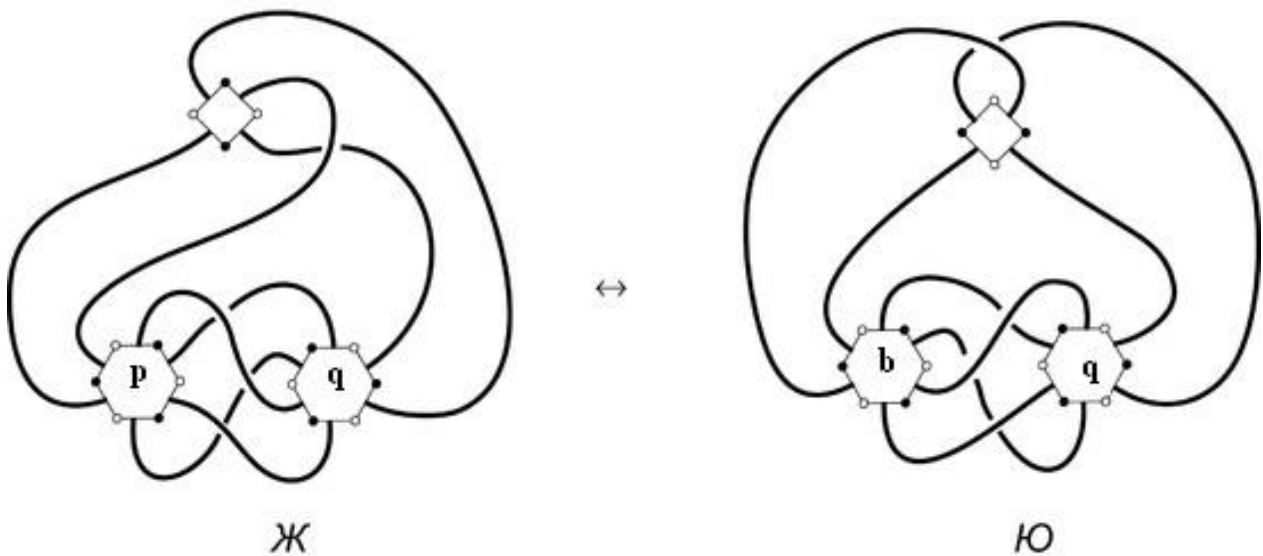
on remarque que les liens de connexité du poinçon hexagonal, représentés par les valeurs des sommets du poinçon, changent en fonction de la métamorphose, ici une métamorphose irrégulière, diminutive (moins un croisement) du motif central aux motifs Δ ("delta") et \aleph ("alef"), augmentative (plus un croisement) en sens inverse. l'état central est l'intermédiaire réductible des deux états Δ et \aleph . de l'état réductible à Δ : le poinçon hexagonal voit ses sommets changer de valeur; c'est comme s'ils effectuaient une rotation de $2\pi/6 = \pi/3$; toute la zone balayée par le glissement du brin gris fin trop-long effectue donc cette rotation. ce poinçon est le seul balayé par la métamorphose. de l'état réductible à \aleph : le brin rouge balaie deux poinçons : l'hexagonal et le carré de gauche; leurs liens de connexités changent donc de valeurs, $\pi/3$ pour l'hexagonal et $2\pi/4 = \pi/2$, soit un quart de tour, pour le poinçon carré. dans cette mutation le poinçon carré de droite reste invariant; on peut dire qu'il *donne la la* aux valeurs de connexités des autres zones.

mais faisons d'autres observations. l'état Δ est réduit, mais il est statique, c'est-à-dire qu'il n'est le siège d'aucune métamorphose régulière hormis ce qui serait dû aux motifs inclus dans ses trois poinçons, alors que l'état \aleph offre visiblement un coin retournable ce qui permet de le "lancer" dans son amas. cependant Δ offre d'autres métamorphoses irrégulières pour d'autres mutations.
exercice : trouvez-les.

revirement

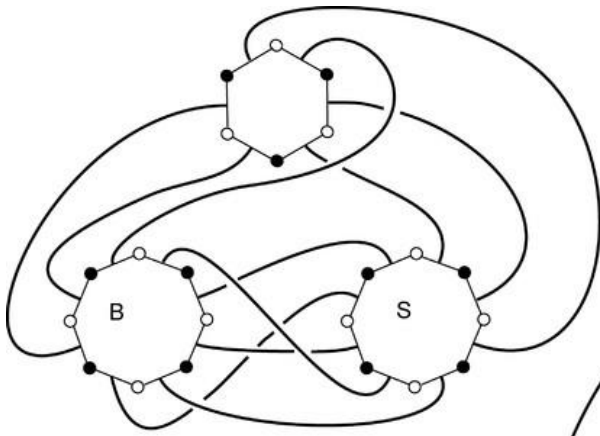
le revirement :

nous effectuons le revirement en décollant du plan le poinçon **p** et en le basculant d'un demi-tour selon l'axe horizontal.
le poinçon-support **q** ne varie en rien et le poinçon quadrilatère voit ses sommets changer de valeur.

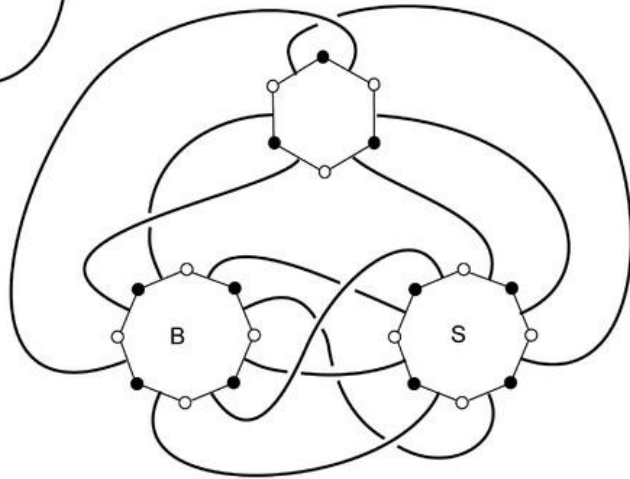


la rotation du poinçon **p** de l'état \aleph (prononcez "j") est de $\pi/2$ hors du plan : le haut du poinçon bascule vers l'avant ("p" devient "b"), les valeurs de connexités des poinçons **b** et **q** de l'état IO (prononcez "yo") restent celles des poinçons **p** et **q** de l'état \aleph .

vire-volte

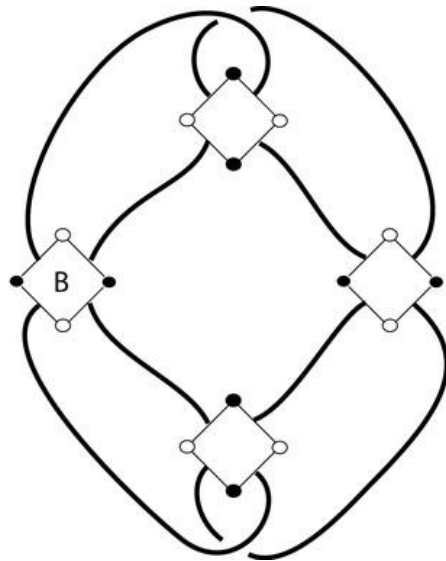
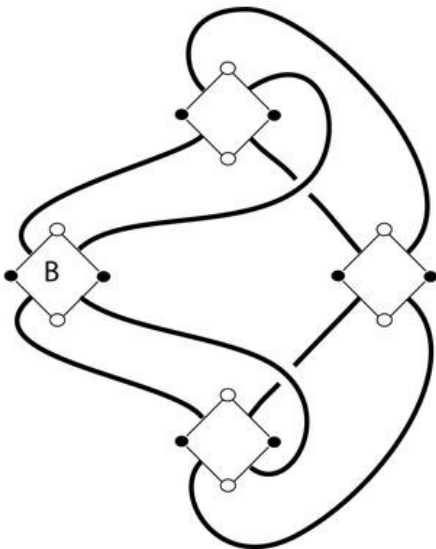


vire-volte

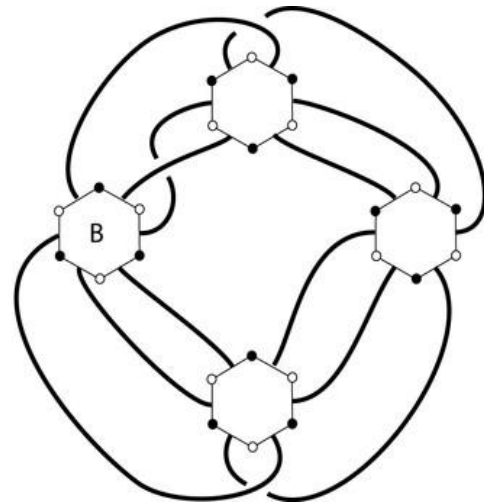
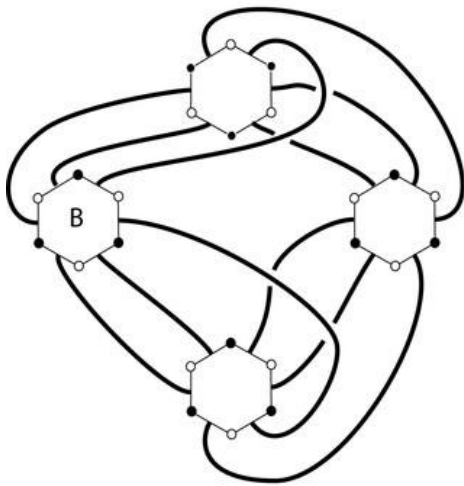


les poinçons octogonaux, basculant: B et support: S ne peuvent échanger leur rôle.

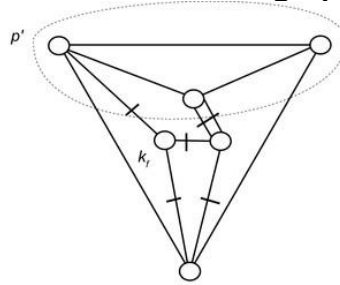
volte-faces



un poinçon bascule entre des tresses.

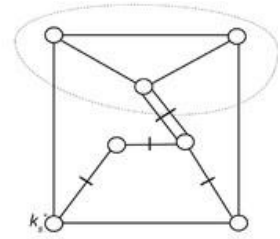
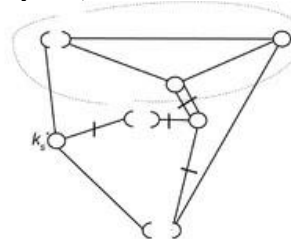
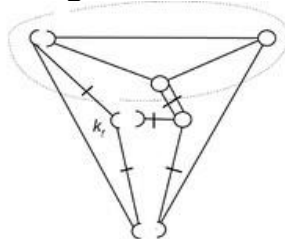
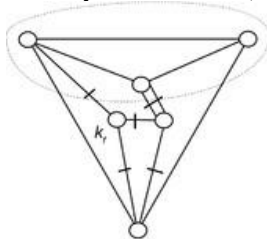


transitions virtuelles entre états transitions réelles une métamorphose est un opérateur de transition entre deux états. pour illustrer de manière simple notre propos nous dessinons un état ne recelant qu'un seul motif de métamorphose, un retournement de coin, vu sur le graphe comme coin retournable face k_f .



$$\eta = \begin{array}{c|cc} & \omega & \acute{\omega} \\ \hline p & 3 & 3 \\ p' & 2 & 3 \end{array}$$

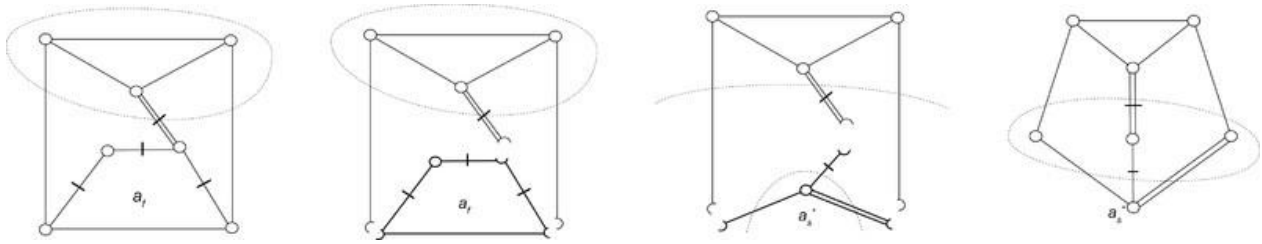
la parure p' déterminée sur le graphe, nous écrivons à côté la table d'état qui représente l'équation d'état que nous déployons, en faisant apparaître les deux tournures t et t' en indices des parenthèses : $\eta = (3\omega p + 3\acute{\omega} p')_t + (3\acute{\omega} p + 2\omega p')_{t'}$ et pour laquelle $\Delta T = |6t - 5t'| = 1$. l'équation du motif, lisible sur le graphe, est $k_f = \acute{\omega} p + (\omega p' + \acute{\omega} p')$, nous écrivons l' *épingle retournante* entre parenthèses en italique (nous omettons les tournures). nous savons que l'état est la somme topologique de son motif de métamorphose m et du bâti b_m qui lui est spécifique; nous pouvons donc écrire l'équation d'état en faisant apparaître ses deux composantes nœudiennes, lisibles sur le graphe : $\eta = [b] + [m] = [3\omega p + 2\acute{\omega} p + \omega p' + 2\acute{\omega} p'] + [\acute{\omega} p + (\omega p' + \acute{\omega} p')]$. soit la table (dessin). à ce stade, développons la procédure (voir la ligne de dessins ci-après) :



$$\delta = k_s' - k_f$$

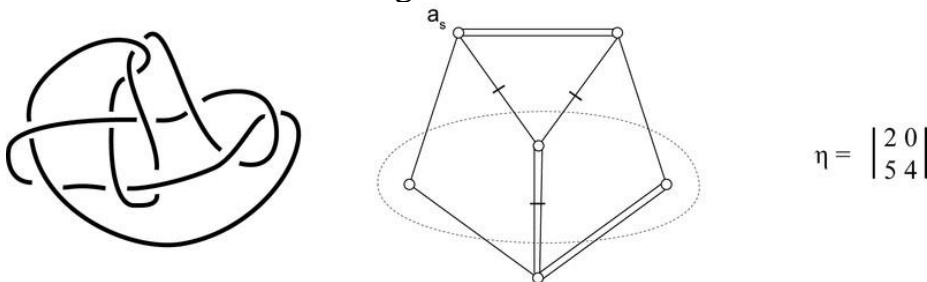
1°) du graphe orné paré de l'état, nous "décrochons" le motif k_f , en forme de Δ , de son bâti. l'équation de l'état se scinde donc en deux équations partielles provisoires, celle du bâti qui reste invariante pour la métamorphose, et celle du mo-

tif de métamorphose qui sera retournée. 2°) nous effectuons la métamorphose, le retournement, du motif qui de Δ , \mathbf{k}_f , devient Y , \mathbf{k}_s . 3°) nous "recollons" le motif obtenu, \mathbf{k}_s , Y , au bâti et obtenons le nouveau graphe orné paré du nouvel état. le bilan de la transition s'écrit ainsi : état initial *moins le motif métamorphosable plus le motif métamorphosé* égale l'état final. nous appelons *différentiel* de la transition ce qui est écrit en *italique* dans le bilan et nous notons $\delta_{\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_s}^- = -\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_s$ ou, indifféremment (comme écrit dans le dessin sous l'accolade), $\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_f = \delta_{\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_s}^+$. soit finalement : $\boldsymbol{\eta}_{\text{final}} = \boldsymbol{\eta}_{\text{initial}} - \mathbf{k}_f + \mathbf{k}_s = \boldsymbol{\eta}_{\text{initial}} + \delta_{\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_s}^-$. l'équation du nouvel état est facile à établir puisqu'il suffit de substituer, sans toucher au reste, le bâti, l'équation du motif métamorphosé à celle du motif métamorphosable dans l'équation de l'état initial pour obtenir celle de l'état final, soit de $\boldsymbol{\eta}_{\text{initial}} = [3\omega\mathbf{p} + 2\acute{\omega}\mathbf{p}' + \omega\mathbf{p}'' + 2\acute{\omega}\mathbf{p}'''] + [\acute{\omega}\mathbf{p} + (\omega\mathbf{p}' + \acute{\omega}\mathbf{p}'')] = \mathbf{k}_f$ et "recousons" à la place son retourné $[\omega\mathbf{p} + \acute{\omega}\mathbf{p}'] = \mathbf{k}_s$ — que nous réécrivons, sans conséquence, seulement pour faire réapparaître l'*épingle retournante*, $[(\omega\mathbf{p}' + \acute{\omega}\mathbf{p}'') + \omega\mathbf{p}''']$ — pour obtenir $\boldsymbol{\eta}_{\text{final}} = [3\omega\mathbf{p} + 2\acute{\omega}\mathbf{p}' + \omega\mathbf{p}'' + 2\acute{\omega}\mathbf{p}'''] + [(\omega\mathbf{p}' + \acute{\omega}\mathbf{p}'') + \omega\mathbf{p}''']$, soit, et en tenant compte des tournures : $\boldsymbol{\eta}_{\text{final}} = (4\omega\mathbf{p} + 2\acute{\omega}\mathbf{p}')_t + (3\acute{\omega}\mathbf{p}' + 2\omega\mathbf{p}'')_t$, avec $\Delta\mathbf{T} = |6\mathbf{t} - 5\mathbf{t}'| = 1$. cette métamorphose fait donc passer la partition (que nous écrivons dans l'ordre $\{\mathbf{a}_{11}\mathbf{a}_{12}\mathbf{a}_{21}\mathbf{a}_{22}\}$) $\mathbf{x}_{ij} = \{3323\}$ de l'entier $\mathbf{11}$ à $\mathbf{x}'_{ij} = \{4322\}$. la transition étant, comme nous le savons déjà, inversible. observons deux faits importants : a - lorsque nous séparons le motif de son bâti nous scindons la parure en cet endroit, pour la recoller, après métamorphose, au même endroit; b seules les transformations de paramètres dues à la transition interviennent dans l'équation finale. on ajoutera à cela le fait que le retournement, qui produit donc une perturbation locale, apparaît comme une double inversion de l'équation du motif de métamorphose. les parures commutent entre elles ainsi que les ornures; cela s'exprime ainsi sur les coefficients : \mathbf{a}_{11} devient \mathbf{a}_{22} et réciproquement, \mathbf{a}_{12} devient \mathbf{a}_{21} et réciproquement. dans la table (**dessins**), les deux lignes commutent ainsi que les deux colonnes. de même à un motif retournable "face" correspond un motif "sommet" et réciproquement. on peut exprimer cela de façon plus générale : dans un retournement, les paramètres (ornure, parure et tournure) du bâti restent invariants, pendant que les croisements du motifs commutent leurs ornures et leurs parures, et donc **leur tournure restant invariante**, le recollement raboutant les éléments correspondants des parures du bâti et du nouveau motif. nous pouvons représenter cette procédure à l'aide des tables d'états (**dessins**) et affirmer : les équations d'états des motifs de métamorphoses d'un état initial permettent d'écrire, par retournement, l'équation d'état de l'état final pour chaque motif. à partir de l'état final obtenu ci-dessus, continuons nos métamorphoses :

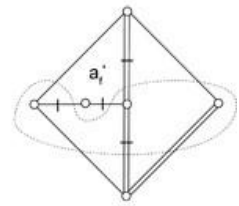
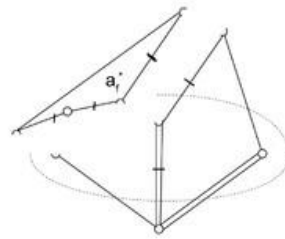
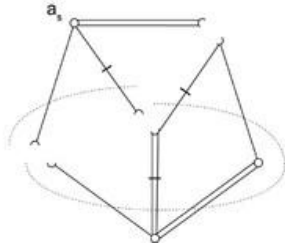
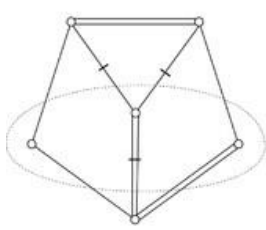


jusque là tout va bien! nous effectuons la métamorphose de l'agrafe retournable comme ci-dessus pour le coin retournable. les dessins et les écritures des équations d'états se comportent "convenablement". cette conformité permet de dire que les transitions sont **réelles**. effectuons la métamorphose pas à pas. l'équation du motif, l'agrafe retournable "face", est (en *italique* entre parenthèses, l'*épingle retournante*) $\mathbf{a}_f = (\omega p + \acute{\omega} p) + 2\acute{\omega} p = \omega p + 3\acute{\omega} p$, l'équation de son bâti est celle de son complément dans l'état entier : $\mathbf{b} = 3\omega p + 2\omega p' + 2\acute{\omega} p'$. la métamorphose retourne \mathbf{a}_f en $\mathbf{a}_s = 3\omega p' + \acute{\omega} p' = (\omega p' + \acute{\omega} p') + 2\omega p'$. ceci ajouté au bâti resté invariant donne l'état final : $\boldsymbol{\eta}_{\text{final}} = \mathbf{b} + \mathbf{a}_s = [3\omega p + 2\omega p' + 2\acute{\omega} p'] + [3\omega p' + \acute{\omega} p'] = 3\omega p + 5\omega p' + 3\acute{\omega} p'$, c'est-à-dire, en faisant apparaître les tournures, $\boldsymbol{\eta}_{\text{final}} = (3\omega p + 3\acute{\omega} p')_t + 5\omega p't'$. la transition réelle nous faisant passer de la partition **4322** à **3053**.

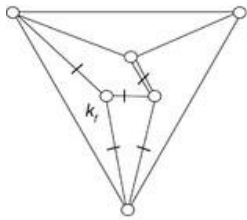
transitions virtuelles à partir d'un état, effectuons le retournement d'une agrafe retournable sommet.



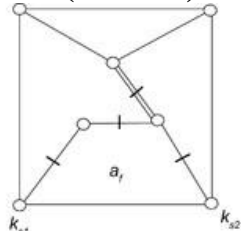
à partir de la table, nous lisons l'équation de l'état soit : $\boldsymbol{\eta} = (2\omega p + 4\acute{\omega} p')_t + 5\omega p't'$; l'équation de l'agrafe est $\mathbf{a}_s = 2\omega p t + (\omega p't' + \acute{\omega} p't)$ et par conséquent l'équation du bâti est $\mathbf{b}(\mathbf{a}_s) = \boldsymbol{\eta} - \mathbf{a}_s = 4\omega p't' + 3\acute{\omega} p't$. cela étant, nous effectuons la procédure : 1° – nous "découpons" l'agrafe du bâti, 2° – nous retournons le motif qui, de "sommet" devient "face" et 3° – nous "recousons" le nouveau motif au bâti. lorsque nous effectuons le retournement de l'agrafe sur l'état, nous ne remarquons rien de spécial. tout se passe "normalement". c'est sur le graphe qu'il apparaît quelque chose que les équations d'état révèlent : les dessins et leurs écritures en termes d'équations d'états ne sont plus conformes. que s'est-il passé? observons les ornures et les parures de l'agrafe retournable, leurs retournées sont $(\omega p t + \acute{\omega} p t') + 2\acute{\omega} p't$. c'est ce que nous devrions observer sur l'état final, mais ce qui est patent est l'équation : $\mathbf{a}_f = \omega p't' + 3\acute{\omega} p't!$ c'est ce genre de transition que nous appelons **virtuelle**.



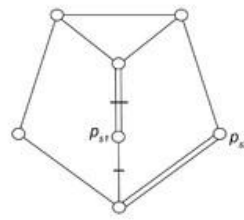
démontage du processus. (dessins)



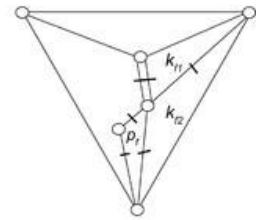
(a)



(b)



(c)

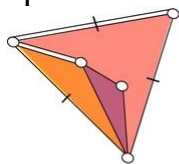


(d)

pliage

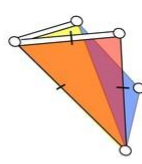
lorsqu'on dessine un graphe, on peut le considérer comme un *flexible*, c'est-à-dire que les sommets, et avec eux les arêtes, sont articulables. il est donc loisible de considérer que chaque zone n'est ni *intérieure* ni *extérieure*. ainsi, chaque zone du graphe peut recevoir par pliage tout ou partie du graphe. chaque pliage correspond à une opération

correspondante



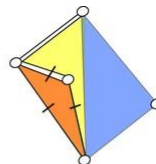
=

de

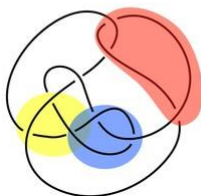


=

l'état



nœudien



=



. nous avons vu comment restituer, dessiner, l'état à partir du graphe (voir plus haut #graphes ornés) .

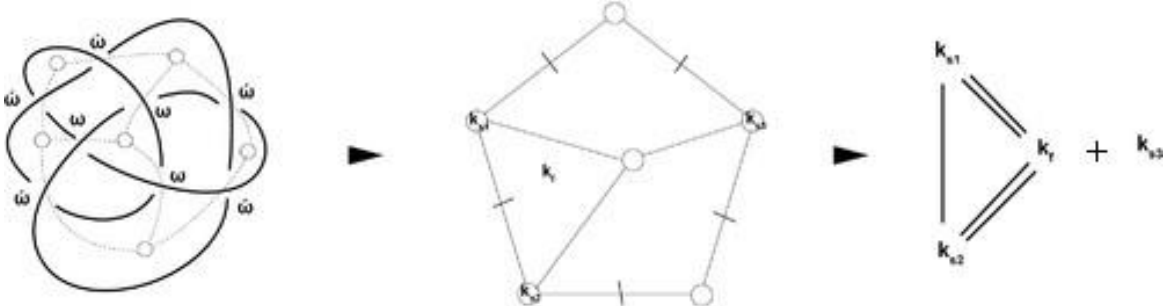
l'état change donc de présentation mais ce changement de présentation n'a pas été obtenu comme expliqué au § #changement de présentation par un tour autour de la sphère (au moins pas directement). l'état est le même, mais il est vu différent. on peut considérer le graphe, l'état, comme un "rubicube", qui "roulerait" sur lui même par les glissements successifs des brins, mais les faces et les petits cubes du "rubicube" seraient remplacées par les brins et les zones de l'état.

formule particulière

elle permet de représenter les motifs de métamorphose d'un état métamorphosable, à la façon des chimistes. à partir du graphe orné, nous assignons une lettre à chaque type de motif métamorphosable, en tenant compte de plus du fait qu'un motif de métamorphose peut apparaître sur le graphe comme motif sommet, en indice "s", ou motif face, en indice "f" :

- **k** pour le coin : k_s et k_f
- **a** pour l'agrafe : a_s et a_f • **p** pour la permutation : p_s et p_f • etc...

extraction de la formule particulière



la formule particulière est une formule "chimique" de *superposition* des motifs de métamorphoses, "superposition" étant entendu ici à la "schrödinger" : deux motifs s'inhibent l'un l'autre s'ils ont des croisements communs, au moins un. la formule particulière représentera ces arêtes communes aux différents motifs par autant de traits reliant les motifs qu'ils ont d'arêtes en commun. on peut la représenter aussi sous forme d'une matrice d'incidence. il y a *indétermination* de la métamorphose active et donc **juxtaposition** des deux états. en pratique, on dessinera arbitrairement un état puis l'autre (**dessins**). sur les graphes de connexités ornés cela se montrera par des arêtes communes. chacun des motifs représentant un montage topologique **bâti** + **motif spécifique**. deux états ne s'inhibant pas, sont dits *simplement additifs* : les métamorphoses peuvent s'effectuer *simultanément*. appliquons ce que nous venons de dire à nos schémas ci-dessus : nous tirons du dessin de l'état un graphe de connexité orné. puisque le graphe de connexité est une image *exacte* de l'état, les arêtes du graphe représentent les croisements de l'état avec leurs ornures, les sommets et les faces représentent les zones flexibles de l'état. les motifs de métamorphoses sont donc intégralement représentés dans le graphe. dans l'exemple, il y a quatre motifs, tous des retournements de coins, trois coins retournables *sommets* et un coin retournable *face*. les trois coins retournables "sommets" sont désignés par les symboles k_{s1} , k_{s2} et k_{s3} , le coin "face" est désigné par k_f . la formule particulière montre donc, d'un seul coup d'œil, la simultanété ou non des métamorphoses : k_{s1} , k_{s2} et k_f sont chacun inhibant pour les deux autres, c'est la loi du **OU EXCLUSIF** : **OU** k_{s1} **SEUL** **OU** k_{s2} **SEUL** **OU** k_f **SEUL** accompagné éventuellement ("additif") par k_{s3} . cette "grappe" de trois motifs est **additive** avec le motif k_{s3} ; en effet, ce motif peut s'effectuer simultanément avec un seul quelconque des trois autres. quatre motifs, trois possibilités seulement d'effectuation de **deux** motifs **ensemble**. voir #chemins dans l'amas. la matrice d'incidence est (**dessin**). la superposition des motifs entraîne de plus la **non commutativité** des métamorphoses; en effet, lorsqu'une métamorphose d'une telle "grappe" est effectuée, le reste des métamorphoses de la "grappe" est "perdu". la "*succession*" de motifs *nœudiens superposés* n'a aucun sens car

ne possédant aucune réalité "physique"; la **non commutativité** est donc effet de la superposition. soient les deux métamorphoses superposées m_1 et m_2 , si l'on veut effectuer m_2 après m_1 il faut involuer m_1 pour réobtenir l'état de départ puis effectuer m_2 ; m_1 ayant été effectuée m_2 a été "*perdue*", de l'état obtenu après métamorphose m_1 il faut effectuer m_1^{-1} ce qui nous ramène à l'état de départ et effectuer finalement m_2 . on peut écrire la succession des événements ainsi : $\eta_{\text{initial}}, m_1$ OU m_2 , si $m_1, m_1(\eta_{\text{initial}}) = \eta_1$ puis $m_1^{-1}(\eta_1) = \eta_{\text{initial}}$ puis $m_2(\eta_{\text{initial}}) = \eta_2$. voici une monstration simple du fait (dessins)

exercice: choisissez un état de nœud non alterné, repérez ses motifs de métamorphoses, puis dessinez les états obtenus.

méthode graphique

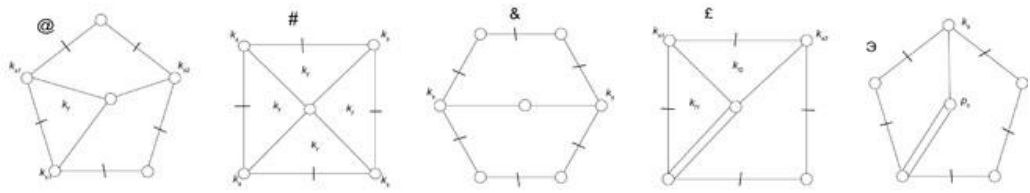
remplacer les états par leurs graphes

filmer les métamorphoses nous décomposons, image par image, le retournement du coin (**dessins**). à partir d'un graphe de connexité complet, nous détachons le motif de métamorphose, le coin retournable k , de son bâti spécifique b_k . à ce stade, nous pouvons donc écrire $\eta = b_k + k$ (voir plus haut : **i : dessiner un amas...**, - (5°)). la suite des opérations s'effectue ainsi (**dessins**): nous séparons b_k et k ; le bâti b_k est invariant par retournement, nous effectuons le retournement du coin ce qui nous fournit k^{-1} que nous raccrochons au bâti b_k , opération qui nous fournit $\eta^{-1} = b_k + k^{-1}$, où "+" est la soudure topologique. le déroulement des opérations se schématise donc ainsi : (1) $\eta = b_k + k$, (2) $\eta - k = b_k$, (3) $\text{ret}(k) = k^{-1}$, (4) $k^{-1} + b_k = \eta^{-1}$. nous pouvons encore symboliser cette suite opératoire, en utilisant le différentiel $\delta_{k^{-1},k} = k^{-1} - k$: $\eta^{-1} = \eta + \delta_{k^{-1},k}$. le différentiel étant relatif à la métamorphose d'état, n'est pas commutable : $\delta_{k^{-1},k}$ "vu" de l'état η est différent de $\delta_{k,k^{-1}}$ "vu" de η^{-1} . nous étudions cela plus en détail dans "*transitions nœudiennes*".

graphes de connexités, amas, automates — 1ère évocation il est aisé de dessiner un amas à partir des graphes de connexités. nous savons que chaque état est germe de l'amas. la liste accolée aux dessins représente, comme en #théorie des automates, un *système de production* de l'amas. l'amas est entièrement déterminé par cette liste. chaque ligne peut se lire comme un couple état-consigne, où la consigne est représentée par le symbole de son motif de métamorphose correspondant, suivi (flèche) d'un résultat couple état-consigne. un même état apparaît autant de fois qu'il recèle de motifs de métamorphoses; cependant, lorsque deux motifs sont symétriques ils donnent strictement le même résultat, alors une seule consigne est désignée. dans nos dessins cela s'exprime par le fait que les métamorphoses sont désignées par les mêmes signes : dans l'état @ les deux coins k_{s1} de part et d'autre du coin face, dans l'état #, hautement symétrique, les quatre coins sommets ainsi que les quatre coins faces, etc..la flèche est à double sens car les métamorphoses sont involutives. le mode d'exposition de l'amas est, ici, différent de celui, naturel, employé pour l'amas dessiné en § **amas**. nous prenons arbitrairement un état comme origine de l'amas et déclinons linéairement toutes les métamorphoses

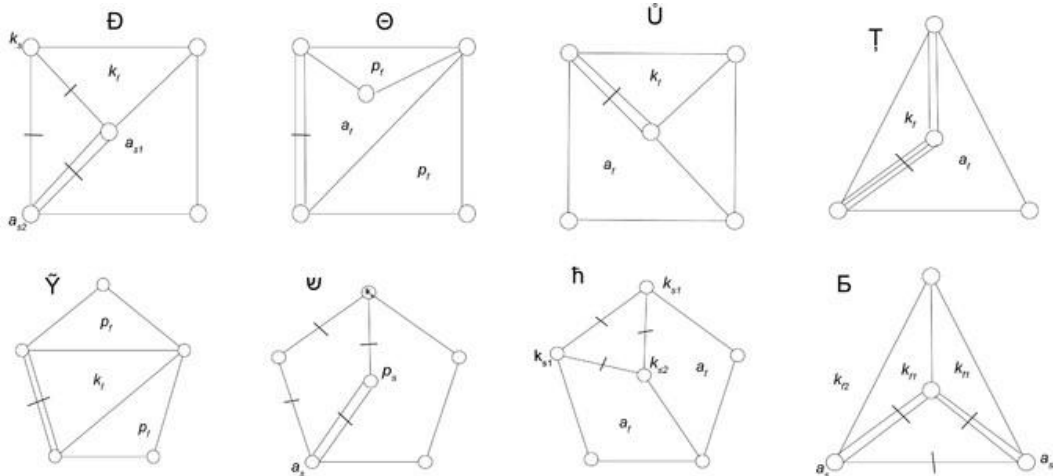
rencontrées, état après état. lorsqu'il n'y a plus de métamorphose, l'amas est "clos".

$@k_{s2} \Leftrightarrow \#k_s$
 $@k_s \Leftrightarrow \&k_s$
 $@k_{s1} \Leftrightarrow \text{£}k_{s1}$
 $\#k_s \Leftrightarrow \text{dual}@k_s$
 $\text{£}k_{s2} \Leftrightarrow \text{£}k_s$
 $\text{£}k_{s1} \Leftrightarrow \text{dual}\text{£}k_s$
 $\text{£}k_{s2} \Leftrightarrow \text{dual}@k_{s1}$
 $\text{£}p_s \Leftrightarrow \text{£}p_s$



819 ces deux amas, de part et d'autre de ces deux lignes, ainsi que celui présenté au début du chapitre **amas**, ont été développés à partir des états δ_{19} , δ_{20} et δ_{21} donnés dans les tables habituelles. (exercice : refaites les amas de ces trois nœuds).

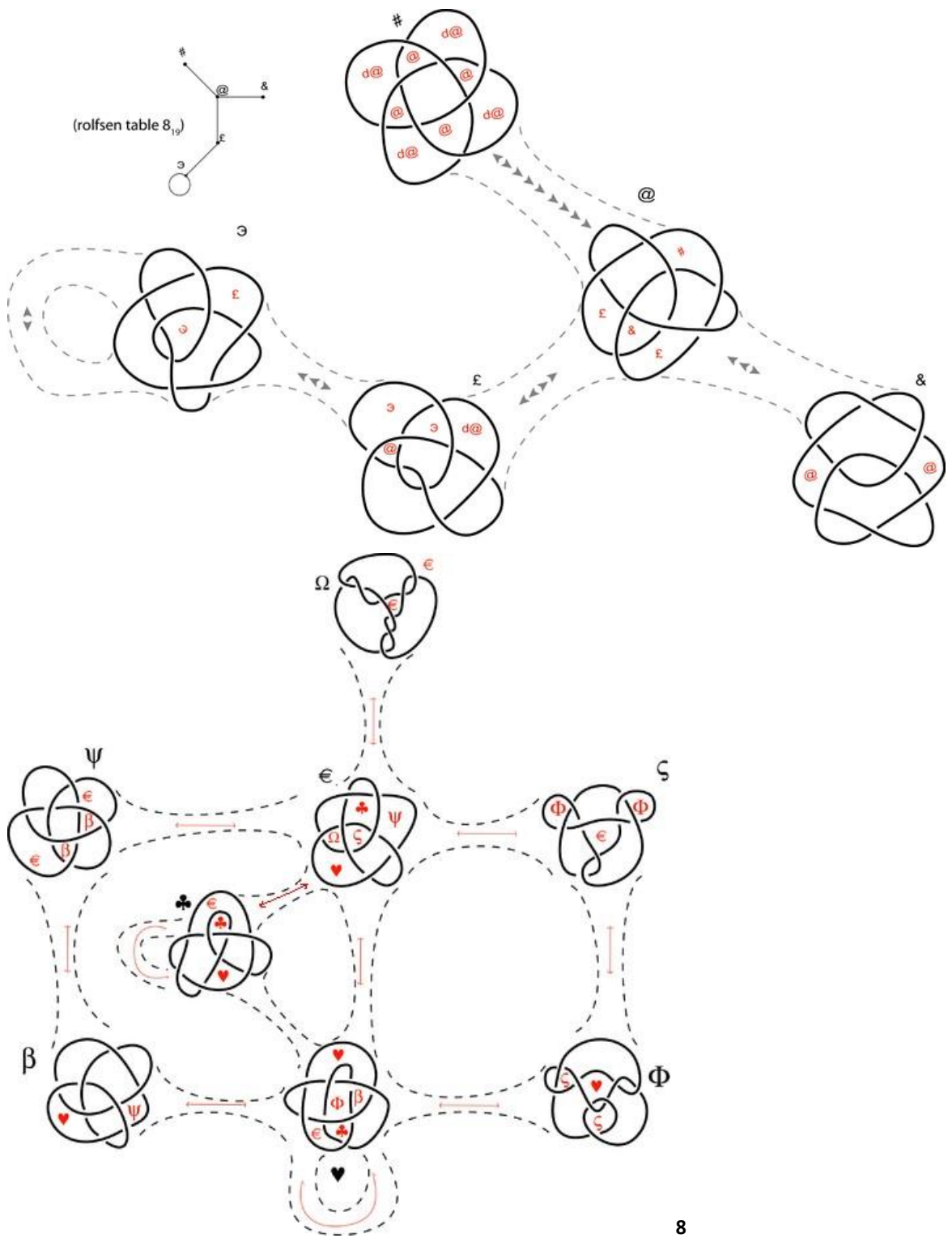
$\text{£}a_{s1} \Leftrightarrow \text{£}a_s$
 $\text{£}a_{s2} \Leftrightarrow \text{£}a_s$
 $\text{£}k_s \Leftrightarrow \text{£}k_s$
 $\text{£}p_s \Leftrightarrow \text{£}p_s$
 $\text{£}k_s \Leftrightarrow \text{£}k_s$
 $\text{£}a_s \Leftrightarrow \text{£}a_s$
 $\text{£}k_{s1} \Leftrightarrow \text{dual}\text{£}k_s$
 $\text{£}k_{s2} \Leftrightarrow \text{dual}\text{£}k_s$
 $\text{£}a_s \Leftrightarrow \text{£}a_s$
 $\text{£}p_s \Leftrightarrow \text{£}p_s$
 $\text{£}k_s \Leftrightarrow \text{£}k_s$



821

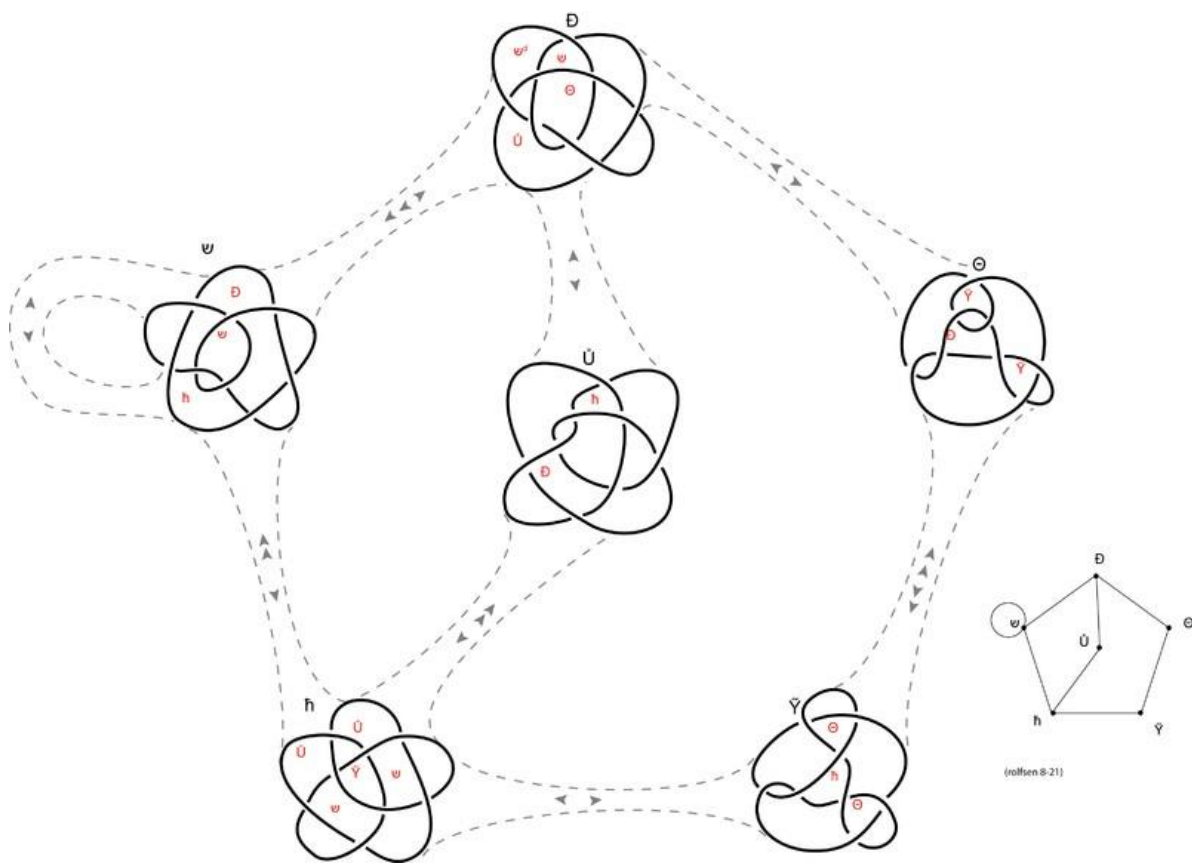
(exercice : reconstituer à partir des graphes les dessins des états et donc des amas)
comparaison des amas, comparaison des états.

les deux amas ci-dessus n'ont pas même nombre d'états, cinq pour l'un, six pour l'autre (deux états sont représentés avec leur dual. exercice : trouvez lesquels), alors que l'amas dessiné déjà cité en début de § **amas (chemins)** en possède huit, la distinction est immédiate; il convient donc de comparer les états et les amas entre eux. **les éléments de comparaisons**, sur le graphe orné, des états sont (leurs nombres d'arêtes, de ronds et différences de tournures étant invariants) : (1) leurs formules (S,F), nombre de sommets et nombre de faces selon la formule des graphes, d'euler, $S - A + F = 2$ où "A" est le nombre invariant d'arêtes, c'est-à-dire de croisements du nœud; (2) leurs #formules particulières; (3) leurs ornements, c'est-à-dire la répartition de leurs ornures; (4) leurs #équations d'états; (5) leurs #portances; (6) leurs #mots-codes; (7) leurs tresses associées; (8) leurs serrages, c'est-à-dire leurs compositions en torsades : torsades simples (les croisements isolés), torsades doubles ou lunules, c'est-à-dire les croisements par paires, torsades triples, etc..



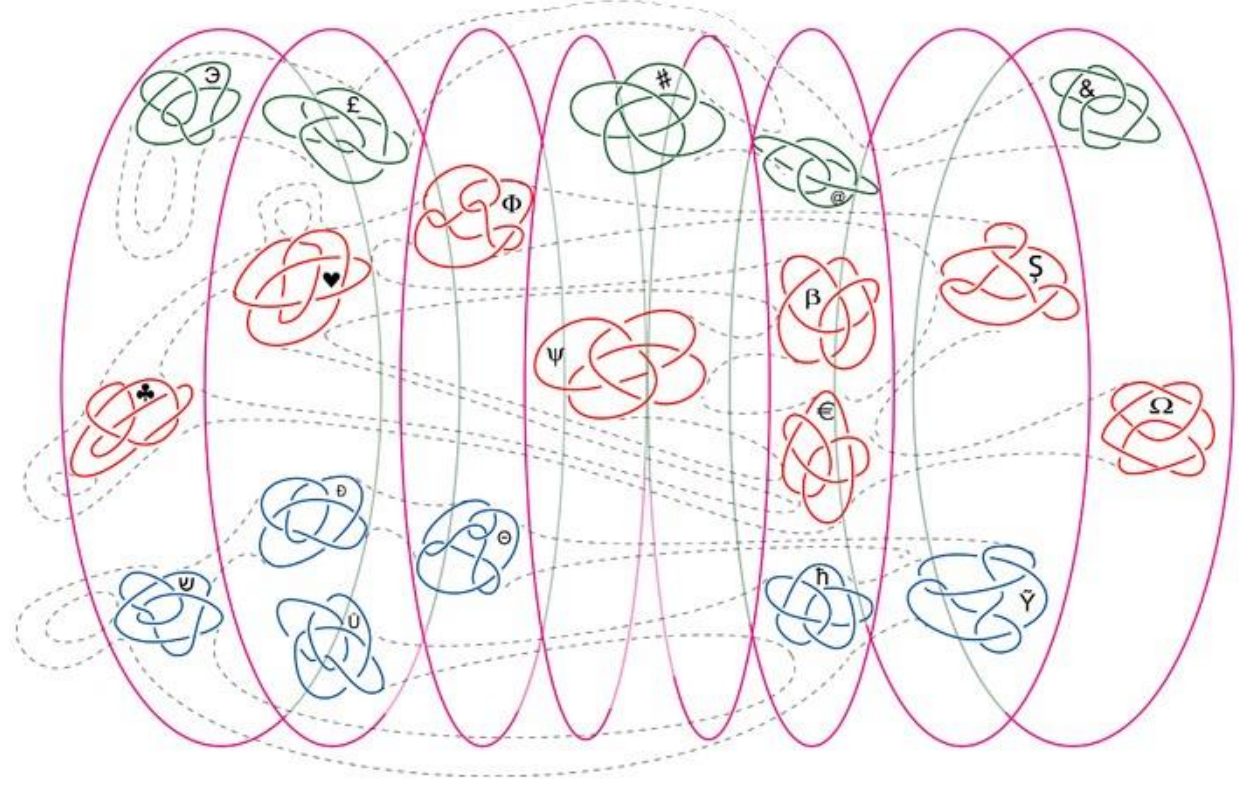
20 ⁸19

8



821

nous donnons, en un dessin d'artiste, la représentation complète d'un espace métabolique utilisant les résultats des paragraphes précédents (voir ci-dessus #tissu métabolique de l'espace). les métaboles y sont symbolisés par des grands cercles (celui du centre est dédoublé pour la symétrie). chaque état se trouve à l'intersection de son amas et de son métabole.



on peut ainsi "voyager" dans cet espace métabolique d'un état à l'autre, d'un amas à l'autre, d'un métabole à l'autre par métamorphoses régulières et homotopies (réalternances).

observations et vocabulaire.

(exercice : à partir d'une table des nœuds habituelle, essayer de reconnaître les nœuds dont les amas sont ici dessinés)

o : dessiner la nuée du nœud

petite étude nœudienne des croisements — suite

(dessins)

déterminer la tournure de l'amas

parement de l'état. il y a deux **parures**, qui dessinent, chacune, un cycle en traversant certains croisements en *entrant* et en *sortant*, selon le sens que donnent les flèches : un croisement est *entrant* lorsque les deux flèches convergent, il est évidemment *sortant* de l'autre côté et les deux flèches divergent. chaque parure pare les croisements que l'autre ne pare pas. une parure peut éventuellement comporter deux tenants, nécessairement séparés par l'autre parure.

la parure est un cycle qui marque des croisements de l'état en traversant les quadrants ouvrants et fermants.

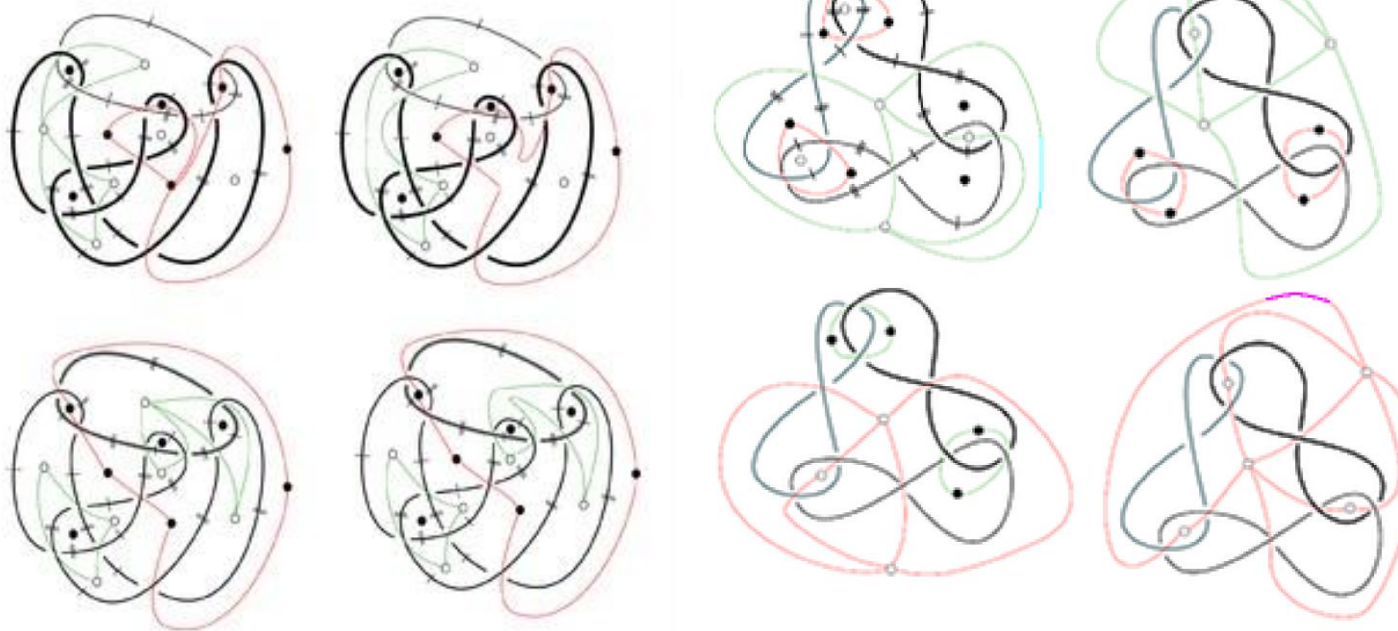
tracer la parure sur l'état :

- orientons les ronds d'un état, en reproduisant la même flèche sur toutes les portions d'un même rond.



les brins de chaque croisement sont fléchés et forment ainsi :
 * un quadrant entrant où les flèches convergent vers le lieu de croisement,
 * un quadrant sortant où les flèches divergent du lieu de croisement.

une autre méthode pour tracer la parure sur l'état consiste à cocher chaque portion de brin alternativement (une *portion* est la partie du rond comprise entre deux croisements consécutifs, à ne pas confondre avec un *arc*) : une marque sur le brin "n" puis une marque *différente* sur les brins consécutifs "n - 1" et "n+1". dans nos dessins nous avons choisi de placer une coche puis deux coches puis une coche etc.. dans ce cas, la parure est le cycle qui passe par les croisements dont les deux brins sont de cochage mixte. lorsqu'il y a plusieurs ronds, il y a théoriquement différentes parures possibles : pour "R" ronds il y a 2^{R-1} parures du fait de la combinatoire des orientations des ronds, ce qui entraîne aussi qu'il y a plusieurs manières de dessiner une même parure. pourquoi "théoriquement"? parce que pratiquement certaines parures s'identifient du fait des symétries existantes. le nombre **p** des parures est donc mieux rendu par : $p \leq 2^{R-1}$. pour un rond, les parures sont indépendantes de l'orientation donnée au marquage, si l'on change d'orientation les flèches changent simultanément et les points de rencontres restent les mêmes. en fait, même pour les nœuds à plusieurs ronds, les parures sont des cycles dans l'ombre, ce sont même des paramètres *invariables* de l'ombre, ce qui signifie qu'ils sont attachés à la *mor-*



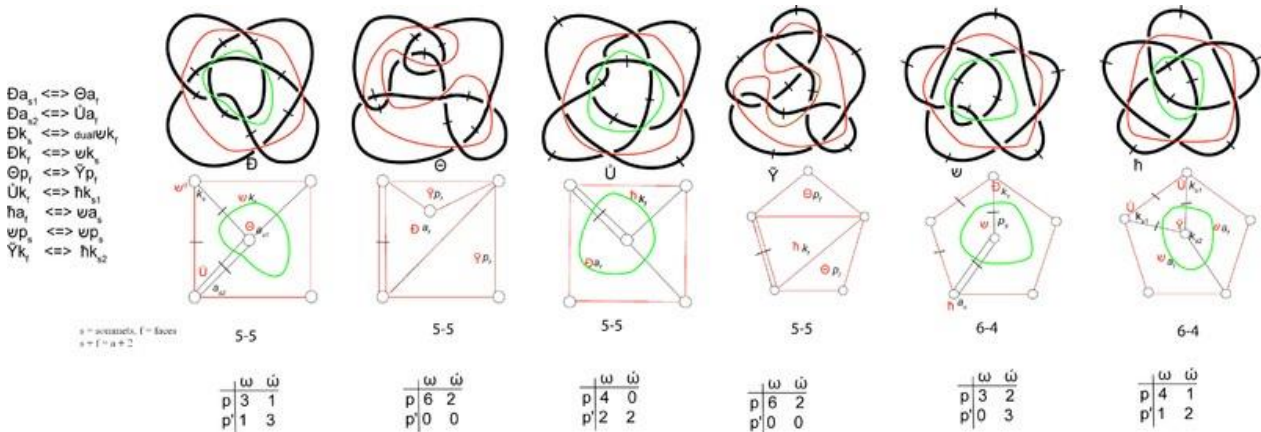
phologie des nœuds. (voir #présentation en tresse). les $2^{2-1} = 2$ parures pour deux ronds, les $2^{3-1} = 4$ parures pour trois ronds etc.

lorsqu'on a orné et paré tous les croisements de l'état, chaque croisement se trouve ainsi doté de deux valeurs; une d' *ornure*, ω ou $\acute{\omega}$ de famille $\Omega = \{\omega, \acute{\omega}\}$, et une de *parure*, s ou s' de famille $S = \{s, s'\}$. la composition de ces valeurs détermine *deux* (et non pas *quatre*!) valeurs de la *tournure* des croisements : $t = \omega s = \acute{\omega} s'$, et $t' = \omega s' = \acute{\omega} s$. ces valeurs étant corrélées, nous pouvons écrire ces trois paramètres fondamentaux de l'état en les accolant : $t\omega s = t\acute{\omega} s'$ et $t'\omega s' = t'\acute{\omega} s$. on pourra donc écrire de façon équivalente : $\omega = ts = t's'$ et $\acute{\omega} = t's = ts'$, ainsi que $s = t\omega = t'\acute{\omega}$ et $s' = t'\omega = t\acute{\omega}$. a) on remarquera que lorsque deux valeurs sont primées différemment elles sont égales à une valeur primée, inversement, lorsque deux valeurs sont primées identiquement elles sont égales à une valeur non primée; b) on observera de plus, que lorsqu'un seul des paramètres Ω ou S change la tournure change, lorsque ces deux paramètres changent simultanément la tournure reste inchangée.

graphes ornés parés, équation d'état on peut reporter toutes ces informations sur la paire de graphes duaux. à partir de ce § nous ne travaillerons que sur un seul graphe de la paire puisque la dualité joue le rôle de "reflet" et que toute pratique de l'un est strictement identique à l'autre.

parures sur le graphe. nous présentons notre propos sur les dessins de l'amas du δ_{21} . nous dessinons la parure *faufilante* p' sur le graphe qui traverse, en vert, les arêtes du graphe (l'autre parure la *sinuante* p suit, en rouge, les arêtes du graphe). les arêtes du graphe ainsi paramétrées permettent de déterminer un invariant d'amas : la **différence de tournures** ΔT . nous construisons une table carrée 2×2 . les deux lignes reçoivent la parure p , ligne supérieure et p' , ligne

inférieure. les deux colonnes reçoivent l'ornure ω , colonne de gauche, et $\hat{\omega}$, colonne de droite. cette table ainsi servie est la **table d'état** de l'état.




nous notons a_{ij} , i et $j = 1,2$ les éléments de la table, "i" pour les lignes et "j" pour les colonnes. alors a_{1j} sont de parure p et a_{2j} de parure p' ; a_{11} sont d'ornure ω et a_{12} d'ornure $\hat{\omega}$. nous avons vu précédemment les combinaisons qui donnaient les deux tournures t et t' . dans la table, la tournure t est la somme des éléments de la diagonale $T = \sum m_{ij} a_{ij}$ avec $i = j$; l'autre diagonale donne la tournure t' , soit $T' = \sum n_{ij} a_{ij}$ avec $i \neq j$; avec, C étant le nombre des croisements de l'état, m et n des coefficients entiers : $m + n = C$. l'invariant ΔT correspond à la *valeur absolue* de la différence $ij - ij'$ des diagonales : $\Delta T = |T - T'|$. la valeur absolue provient du fait que l'attribution d'un paramètre est arbitraire. par exemple, on peut vérifier sur le dessin des états ci-dessus que $T = 6$ et $T' = 2$, donc $\Delta T = 4$. tous les états du même amas auront même différence de tournures. (exercice : dessinez l'amas correspondant et vérifiez l'invariant). **remarque** -- seule la différence de tournures est un invariant : la parure et l'ornure changent à chaque métamorphose mais leurs combinaisons donnant la tournure ne changent pas. la parure se dessine dès l'ombre; elle organise les croisements, à ce stade points doubles sans dessus-dessous, en cycles orientés, les deux parures étant d'orientations opposées. l'ornure est la lecture des dessus-dessous. leur conjugaison donne le *spin* de l'amas, équivalent pour tous les états de l'amas, et représente le double des tours que peut faire un rond autour d'un autre ou sur lui-même. $\Delta T = 2\theta$. par exemple pour les états du 8_{21} ci-dessus nous avons $\Delta T = 4$ donc $\theta = \Delta T/2 = 2$, ainsi pour l'enlacement simple à 2 ronds et 2 croisements, nous avons $\Delta T = 2$ soit $\theta = \Delta T/2 = 2/2 = 1$; pour le trèfle à un rond et 3 croisements, $\Delta T = 3$ et $\theta = 3/2$, pour le listing à un rond et 4 croisements, $\Delta T = 0$ et $\theta = 0$, etc.

nous appelons #équation d'état la formule : $\eta = \sum x_{ij} a_{ij}$, avec $i, j = 1,2$ et où les x_{ij} sont des entiers ≥ 0 . deux états différents peuvent avoir une équation d'état différente ou non; deux états dont les coefficients x_{ij} sont différents, sont distincts.

table d'état, partitions d'un entier et "théorie du tout"

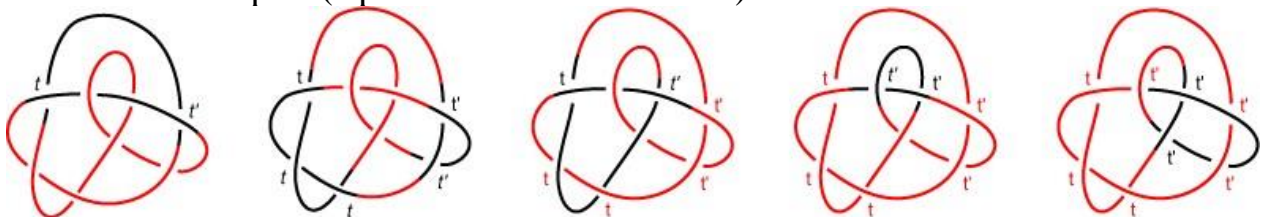
que $C = m_{ij} + n_{ij} = x_{ij}$ nous indique que la table d'état est une *partition* du nombre C . cette partition partage C en quatre sommants exprimés par les quatre x_{ij} . les nœuds sont, d'une certaine façon, des "représentants" des entiers, quoiqu'un peu spéciaux. au moins deux nombres apparaissent naturellement : le nombre de ronds, de 1 à R , et le nombre de croisements, de 1 à C . en première approche, on peut donc écrire qu'un nœud est $\eta(R,C)$. les tableaux usuels de nœuds rangent les nœuds de cette façon. louis h. kauffman a déjà eu l'idée que les nœuds se comportaient comme des nombres et il écrivait que les nœuds obéissaient aux lois de la topologie comme les nombres aux lois de l'arithmétique. c'est si juste que ces lois peuvent même se rencontrer! nous organisons le nombre de croisements d'un état en une table (qui n'est pas une "matrice" au sens du calcul matriciel. on pourrait, tout au plus, l'appeler une "presque matrice", mais là n'est pas encore notre propos), que nous appelons équation d'état. cette table est carrée à quatre places, cela signifie que le nombre de croisements est un entier à quatre sommants, les coefficients x_{ij} de notre équation. les partitions d'un entier en quatre sommants sont en nombres finis et il n'est pas trop pénible d'écrire la *super-table* de toutes les combinaisons possibles de quatre sommants pour un nombre fixé ni d'entrevoir la construction de la *méga-table* de toutes les *super-tables* de tous les entiers possibles qui représentent tous les nombres de croisements possibles de tous les nœuds possibles. c'est ce que nous appelons la théorie du *tout* pour autant que nous connaissons de plus en plus les caractéristiques fondamentales de l'univers qui nous apparaîtrons nouées et dont les nœuds se vérifieront comme le glyphe ultime.

lecture-écriture de la tournure sur l'état : tournures corrélées des croisements

à partir de l'attribution, arbitraire, d'une tournure à un croisement d'un état nœudien peut se lire, par expansion successive, la tournure des autres croisements et par suite, de la tournure de l'état. on utilise, pour cela la lecture *lunulaire*. la lecture lunulaire s'effectue ainsi : a) nous repérons un motif lunulaire direct ou indirect dans l'état, et b) lorsque la lunule repérée est enlacée, , les deux croisements sont alternés ceci entraîne que leurs *tournures* sont



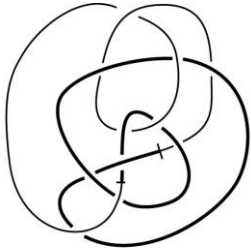
identiques; soit t , soit t' . lorsque la lunule est non alternée ceci entraîne que ses croisements ont une tournure opposée, l'un t l'autre t' . c) puis lunule après lunule, nous attribuons une tournure à chaque croisement. évidemment les torsades multiples (à plus de deux croisements) alternées ont même tournure.



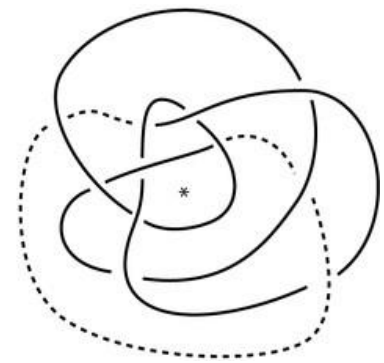
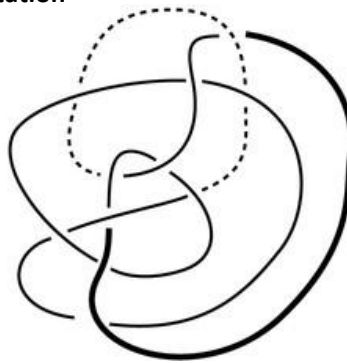
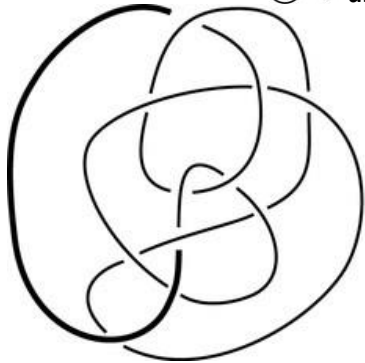
u : investigations nœudiennes

présentation en tresse

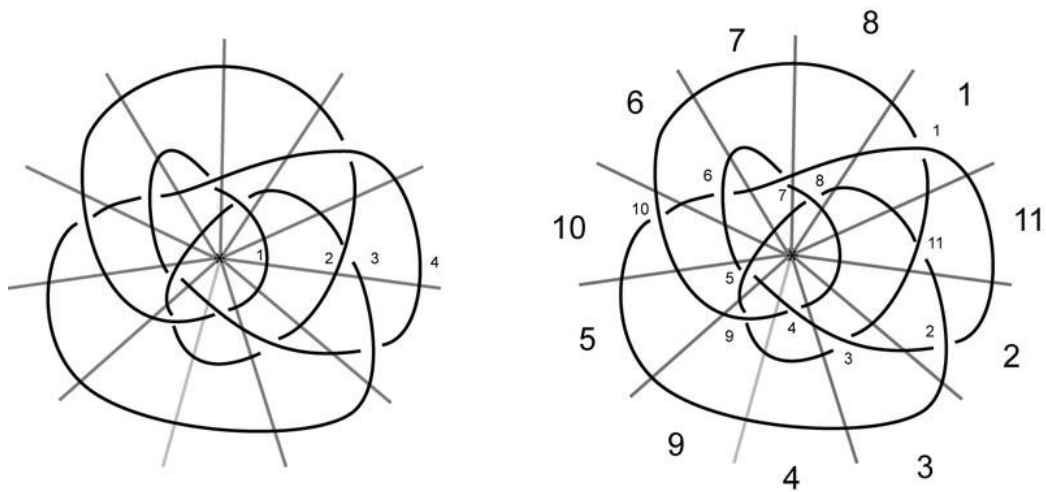
un état nœudien peut se présenter selon une biorientation, c'est-à-dire qu'en parcourant le brin celui-ci change : tantôt "à gauche" tantôt "à droite" (évidemment le parcours en sens inverse inverse les orientations), nous ne retenons que leur opposition. pour certains de ces états, il est possible, par changements de présentations successifs, de les uniorienter.



présentation biorientée  uniorientation

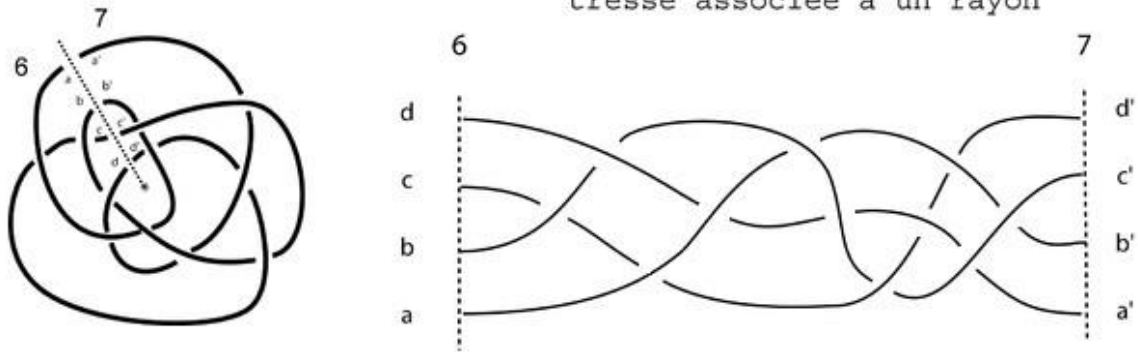


une fois cela fait, nous plaçons le "centre" de cet état duquel nous tirons des rayons qui séparent chaque croisement de ses voisins. les rayons séparent donc l'état en autant de zones qu'il y a de croisements et nous numérotions chaque zone du même numéro que son croisement. **C** étant le nombre de croisements de l'état, chaque zone vaut donc $2\pi/C$, dans notre exemple $2\pi/11$. chaque rayon traverse le même nombre de "couches" (portions de brins), dans notre exemple **4**. ces couches qui "feuillètent" l'état représenteront le nombre des brins de la tresse issue de cet état. **périple dans l'état, numérotation des croisements et des secteurs.** à partir d'un croisement quelconque, nous effectuons un trajet dans l'état en suivant le brin jusqu'à revenir au croisement de départ, à la position initiale. nous numérotions les croisements au fur et à mesure de leur rencontre (on ne renumérote pas les croisements déjà rencontrés), dans notre exemple de **1 à 11**, avec la convention suivante : le numéro est *primé* si le brin est rencontré par *dessous*. nous obtenons ainsi le mot d'état **m**, ou *mot-code*, circulaire, de longueur $l = 2.C$, de l'état : **1 2' 3 4 5' 6 7' 8 4' 9 10 1' 11 3' 9' 5 8' 11' 2 10' 6' 7**. à chaque croisement numéroté correspond un secteur de notre état sectorisé, auquel nous attribuons le même numéro que son croisement. **sectorisation**

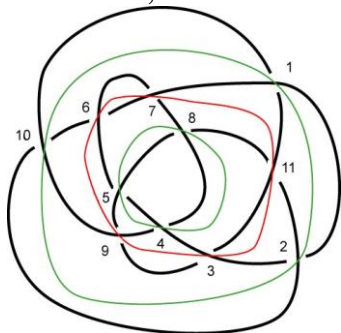


nous coupons l'état selon un des rayons, ici le séparateur des zones **6** et **7** et nous déployons la "liasse" obtenue en la *tresse* correspondante, soit dans notre exemple la permutation circulaire {abcd/b'c'd'a'}.

tresse associée à un rayon



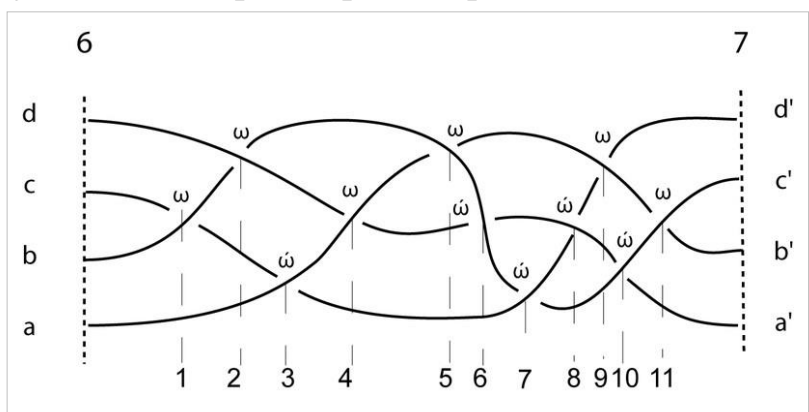
parement, parures sur l'état, parures sur la tresse. revenons à l'état tressable centré ci-dessus. les croisements se répartissent du centre à la périphérie, ou inversement, sur trois disques de *centration*, que nous appelons *parures* de



l'état.

il y a deux parures, p , verte, et p' , rouge, dont l'une en deux tenants, arbitrairement p , répartie sur les disques 1 au centre, croisements {4, 5, 8}, et 3 à la périphérie, croisements {1, 2, 10} et p' , disque médian, croisements {3, 9, 6, 7, 11}. cette centration est conforme aux différentes méthodes que nous avons déjà rencontrées pour repérer la parure. (voir #déterminer la tournure de l'amas).

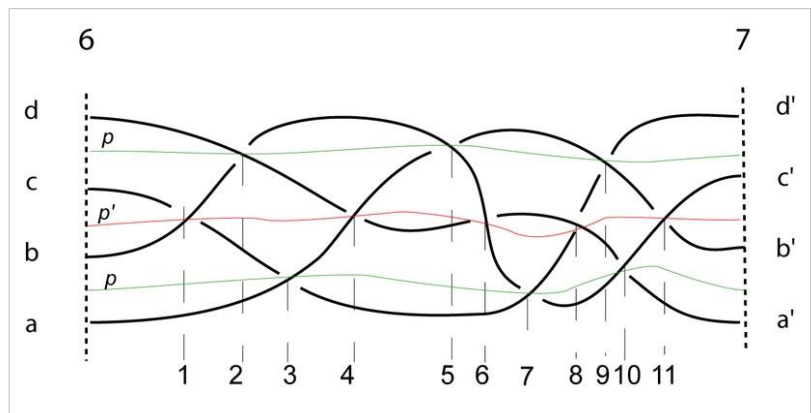
il est alors loisible de coder la tresse afin d'en obtenir une surface de



seifert : la tresse comporte 4 couches formées par ses 4 brins et 11 croisements. nous notons un croisement **Xy** signifiant que le brin **X** passe **Dessus** le brin **y**. à partir du premier croisement le plus à gauche, soit **Bc**, et nous dirigeant vers la droite, nous lisons les croisements en déplaçant un curseur imaginaire qui balaie toute la tresse; nous obtenons alors la suite **Bc, Db, Ac, Ad, Ba, Bd, Cb, Dc, Ac, Bd, Ba** qui traduit les croisements de l'état selon le dictionnaire suivant : **Bc = 6, Db = 10, Ac = 5, Ad = 9, Ba = 4, Bd = 3, Cb = 2, Dc = 11, Ac = 8, Bd = 1, Ba = 7**. à ce stade, nous nous désintéressons de l'état et de ses croisements numérotés pour ne nous intéresser qu'à la tresse dont nous reprenons la liste **Bc, Db, Ac, Ad, Ba, Bd, Cb, Dc, Ac, Bd, Ba** que nous renumérotions simplement **1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11**. assignons une ornure ω au premier croisement **1**, alors toutes les autres ornures sont fixées et notre suite devient :

$\omega\omega\omega\omega\acute{\omega}\acute{\omega}\acute{\omega}\acute{\omega}\omega$.

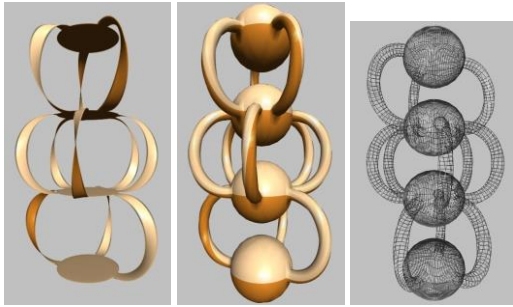
projetons sur la tresse les disques de parures; ceux-ci se déploient de la façon suivante : la parure p , qui est en deux tenants, pare les croisements **renumérotés 2 3 5 7 9 10** et la parure p' pare les



autres **1 4 6 8 11**. nous savons que **ornure + parure = tournure**, donc sont de **tournure t** les croisements ωp et $\acute{\omega} p'$, c'est-à-dire $t = \{2\ 5\ 6\ 8\ 9\}$, et de tournure t' les croisements $\omega p'$ et $\acute{\omega} p$, c'est-à-dire $t' =$

$\{1\ 3\ 4\ 7\ 10\ 11\}$. nous codons maintenant ainsi la suite des croisements : **1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11** qu'un logiciel adéquat, genre seifertview, traduira en surface de seifert. pour les besoins du logiciel, nous traduisons notre codage dans leur protocole : les chiffres en **gras** — soit de tournure t — deviennent des lettres MAJUSCULES, les autres — soit de tournure t' — minuscules; la tresse contient trois "niveaux" de codage, [a], [b] et [c] correspondant aux trois "niveaux" (les *disques*) de parures : la parure p inférieure est [a] et supérieure [c], et la parure médiane p' est [b]. traduisons notre liste : **1 = b, 2 = C, 3 = a, 4 = b, 5 = C, 6 = B, 7 = a, 8 = B, 9 = C, 10 = a, 11 = b**; de là, notre (nouveau) codage devient **b C a b C B a B C a b**; c'est ce "mot" que l'algorithme, redonnant notre tresse, traduira en surface seifertisée.

remarque : comme on peut s'en apercevoir, notre codage **n'utilise toujours pas le codage paresseux des mathématiciens des nœuds** — que nos paramètres incluent, l'inverse n'est pas vrai —, même si les logiciels *seifert* y sont adonnés, ne connaissant pas le paramétrage nœudien. pour le plaisir, nous donnons ci-après trois interprétations de la tresse, obtenues à partir du logiciel "seifertview".



commentaires : à gauche la surface, au centre les plateaux sont gonflés en "boules" et à droite en mailles. cette surface comporte 4 "plateaux", ou "boules", soit un(e) de plus que de lettres différentes. entre deux plateaux il y a autant de bandes qu'il y a de croisements de mêmes niveaux, [A] est le plateau rez de chaussée, [B, b] le 1er étage et [c] le second.

coder et décoder facilement un état de nœud pour pouvoir le transmettre en "aveugle"

le mot-code de l'état contient ce qu'il faut d'information pour se passer de la procédure compliquée dite code de gauss étendu, cge, ou dowke-thistlewaite notation, dtn.

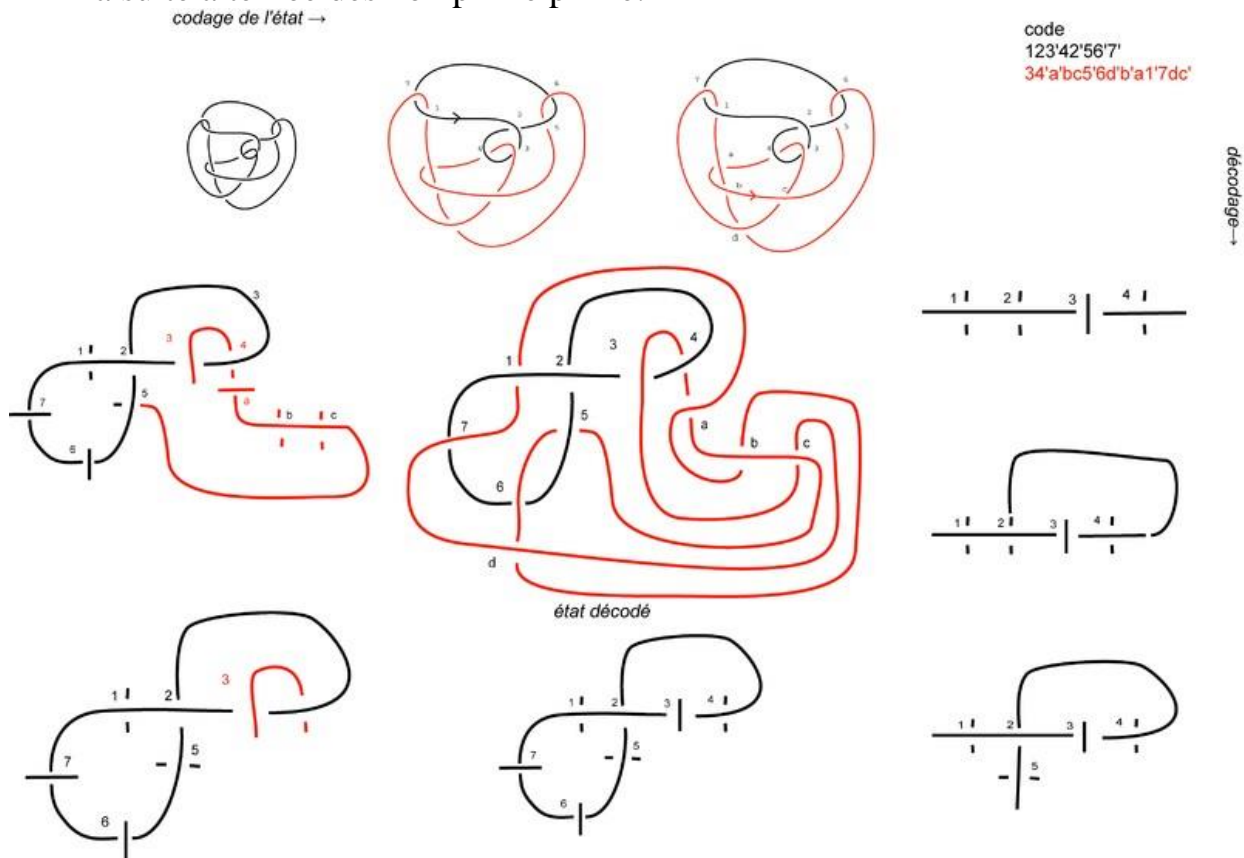
nos dessins se lisent en "spirale" à partir du petit en haut à gauche proposé au codage, jusqu'à celui grand central de reconstitution de l'état après décryptage en "aveugle", par téléphone sans image par exemple.

- pour coder le nœud :

principe du codage. à partir d'un croisement quelconque, nous effectuons un trajet dans l'état en suivant le brin jusqu'à revenir au croisement de départ, à la position *initiale*. nous numérotions les croisements au fur et à mesure de leur rencontre, on ne renumérote pas les croisements déjà rencontrés, avec la convention suivante : le numéro est primé si le brin est rencontré par dessous. dans notre exemple, de 1 à 7 pour le premier rond, puis de "a" à "d" pour le deuxième, chacun des ronds fournissant une partie du code complet. nous obtenons ainsi le mot-code **m** de l'état, de longueur $l(\mathbf{m}) = 2C$, avec un nombre de lignes égal à R ("R" est le nombre de ronds et "C" celui des croisements), chaque ligne pour chaque mot-code partiel. dans notre exemple le mot-code complet est : **m = 123'42'56'7'///34'a'bc5'6d'b'a1'7dc.**

le mot-code étant circulaire, pour le mot-code partiel "numérique", du croisement 7' nous raboutons à 1; de même pour le second mot-code partiel, de c nous raboutons à 3. comme on le voit, les chiffres du mot-code sont l'image des croisements au fur et à mesure du trajet, ce qui rend inutile le marquage de l'orientation. tout comme les croisements donc, ces chiffres obéissent à la formule des portées : nous avons un état à 11 croisements et 2 ronds, la formule permet d'écrire $11 \geq 5.2 - 2 - 1$ ce qui indique que la portée maximum tolérable est 2. eh bien! cela signifie que nous ne pouvons pas trouver dans le mot-code une suite constituée de plus de 2 chiffres de même prime (ou non prime, évidemment). c'est, entre autres, un moyen de contrôler la bonne saisie du mot-code, si le dessin de l'état est correct, ou la véracité du dessin de l'état, si le mot-code

a été correctement saisi. nous en déduisons que le mot-code d'un nœud trivial est nécessairement alterné : à la suite alternée des dessus dessous correspond la suite alternée des non prime prime.



- pour décoder nous appliquons la procédure inverse : à partir de la convention d'écriture des numéros, primés non-primés, nous lisons l'un des deux codes partiels et dessinons au fur et à mesure les croisements consécutifs correspondants. lorsqu'un numéro réapparaît, primé ou non, il faut rabouter vers la droite ou vers la gauche, le choix s'effectuant de manière empirique, en évitant les impasses graphiques éventuelles. lorsqu'on a terminé un premier code partiel on effectue la lecture/dessin du second en positionnant correctement les croisements.

suivons nos dessins pas à pas; **nous ne connaissons pas le dessin de départ, seulement le mot-code fourni oralement** : lecture du mot-code "numérique" **123'42'56'7'**. 1 -- les croisements **1** et **2** sont non primés cela signifie que le brin qui les relie passe par dessus. 2 -- le croisement suivant est primé **3'**, cela signifie que le brin passe par dessous. puis **4**. 3 -- réapparaît le croisement "2" mais primé **2'**, cela signifie que de **4** nous rejoignons "2" mais par en-dessous (heureusement!). 4 -- puis **5**, puis **6'**, enfin **7'** pour rabouter à **1**. lecture du mot-code "alpha" **34'a'bc5'6d'b'a1'7dc**. 1 -- on positionne **3** correctement, le brin passe dessus pour cette occurrence, puis **4'** sans difficulté. 2 -- le reste suit sans problème. l'état est entièrement reconstitué, il n'y aura plus qu'à esthétiser le dessin. il s'en déduira l'effectuation de l'amas. **remarque** : il est possible que le dessin donne la présentation duale du dessin de départ; la présentation duale étant un changement de présentation, rappelons-nous que **changer de présen-**

tation ne change pas l'état. c'est bien le même état qui est communiqué de part et d'autre. pour s'en convaincre il suffira, notamment, de réécrire le mot-code et de le renvoyer afin que la manipulation et sa vérification soient complètes.

invariance de jauge du codage chaque croisement d'un état offre deux directions de trajets pour former le mot-code, et il y a C croisements soit donc $2C$ possibilités différentes a priori. mais, quel que soit le croisement de départ et quelle que soit l'orientation choisie la procédure fonctionne toujours pareillement. de même elle est indépendante de l'état choisi, de l'amas, etc.

codage des nœuds selon les paramètres nœudiens

nous avons construit un code à partir des trajets dans l'état. ce code était, en quelque sorte, "extérieur" à l'état car il ne faisait qu'étiqueter les croisements au fur et à mesure de leur rencontre durant le trajet. mais à chaque croisement lui étaient assignés les trois paramètres nœudiens de l' **ornure**, la *parure* et la **tournure**. c'est selon ces trois paramètres que nous allons maintenant construire le nouveau code nœudien de l'état. pour simplifier notre propos, nous reprenons l'état à 11 croisements et un rond du paragraphe **présentation en tresse**. nous avons vu que son *mot-code* est : $m = 1\ 2'\ 3\ 4\ 5'\ 6\ 7'\ 8\ 4'\ 9\ 10\ 1'\ 11\ 3'\ 9'\ 5\ 8'\ 11'\ 2\ 10'\ 6'\ 7$. **codage de l'état selon l'ornure, la parure et la tournure.** les deux occurrences d'un croisement ont évidemment le même code.

α) selon l' **ornure**. si on assigne, arbitrairement, le code "1" à l'ornure ω et le code "0" à l'ornure $\acute{\omega}$, le *mot-d'état* m a pour image le mot circulaire $\Omega = 111000000111100011100 = 1^3 0^7 1^4 0^3 1^3 0^2$.

β) selon la *parure*. de même, en faisant "1" pour p et "0" pour p' , nous obtenons $P = 1101100110110001101100 = 1^2 0 1^2 0^2 1^2 0 1^2 0^3 1^2 0 1^2 0^2$. tout le disque de centration 2 est codé "0", les deux autres disques codés exclusivement "1".

γ) selon la **tournure**. enfin, en attribuant les codes "1" à la tournure t et "0" à la tournure t' , nous obtenons $T = 1100011001110010001111 = 1^2 0^3 1^2 0^2 1^3 0^2 1 0^3 1^4$.

comparaison des codes entre eux. nous comparons $\text{code}(\Omega)$ et $\text{code}(P)$ afin d'obtenir par lecture directe $\text{code}(T)$. pour cela nous utilisons le petit algorithme : SI $\text{code}(\Omega) = \text{code}(P)$ ALORS $\text{code}(T) = 1$ SINON 0 correspondant à la table logique de l'équivalence : (non Ω ou P) et (Ω ou non P). cet algorithme est circulaire c'est-à-dire que nous pouvons énoncer, avec $X, Y, Z \in \{\Omega, P, T\}$: SI $\text{code}(X) = \text{code}(Y)$ ALORS $\text{code}(Z) = 1$ SINON 0 . ce que nous présentons en deux tables :

Ω	P	T
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

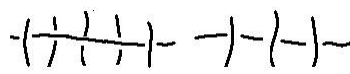
X	Y	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

. à ce stade,
nous pouvons construire le tableau des mots codes lus
selon le mot-d'état.

croisements	1	2'	3	4	5'	6	7'	8	4'	9	10	1'	11	3'	9'	5	8'	11'	2	10'	6'	7
code Ω	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
code P	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
code T	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1

lecture du tableau : puisque chaque croisement est compté deux fois, nous divisons par deux le nombre de "1" et de "0"; en code(T) il y a six "1" pour cinq "0", donc la différence de tournure est $\Delta T = |6 - 5| = 1$. dans cet exemple il y a une coïncidence qui conduirait à effectuer le même calcul pour code(P) et code(Ω), mais vous pourrez vous convaincre de ce fait en effectuant des métamorphoses dans l'amas qui vous montreront que seule la différence de tournure est invariante et non les différences d'ornures et de parures; comme le disait lampedusa dans "le guépard" : "il faut bien que tout change pour que tout reste pareil". voici ce qui se passe : la différence de tournure d'un amas étant invariante, elle change comme *partition en sommants* du nombre fixe C des croisements du nœud. on écrit $\Delta T = |at - bt'|$ avec $C = a + b$. les états d'un amas étant distincts, ils peuvent différer par leurs coefficients "a" et "b" qui parcourent donc les paires (a , b), de (C,

- i j
- 0) à $(C/2, C/2)$ pour les nombres pairs de croisements, $((C+1)/2, (C-1)/2)$ pour les impairs. l'invariance de T permet de considérer tous les codages tels que $|6 - 5| = 1$; la formule des portées $C \geq 5p_{\max} - R - 1$ donne $11 \geq 5 \cdot 2 - 1 - 1$ c'est-à-dire $p_{\max} = 2$, ce qui, en terme de codage Ω , interdit les suites codant pour des portées supérieures à 2, soient les séquences d'ornures $... \omega \acute{\omega} \omega ...$ et $... \acute{\omega} \omega \acute{\omega} ...$ codées $...101...$ et $...010...$ ces suites "alternées" de codes représentent et sont représentées dans l'état par des portions de brins *non alternées*, des arcs de portée 3 ou des suites d'antiarcs de portée

0 dont voici les dessins :  il suffit donc d'éliminer les combinaisons obtenues possédant ces suites, la présence d'une seule assurant la réductibilité de l'état.

invariance de T , obtention des mots permis, c'est-à-dire de tous les états premiers accessibles par réalternance(s). nous avons vu que les configurations Ω doivent être comparées aux mots P correspondants afin d'obtenir les T permis. or la parure est fixée dans l'ombre ce qui génère des couplages qui limitent les changements de valeurs des codes Ω , de "0" en "1" et réciproquement, afin d'en éviter les suites prohibées (triplets dans notre exemple) car la formule des portées s'applique à tous les nœuds. ainsi, pour conclure, on observe que notre séquence circulaire Ω ne possède pas une telle suite réductrice.

générer les nœuds

l'"algorithme de partition d'un entier" *ape*. deux consignes : (a) extraire 1 de n , puis de $n - 1$ jusqu'à épuisement des unités de n , et (b) à chaque étape, additionner les unités extraites; cela suffit pour obtenir la totalité des combinaisons de sommants d'un entier quelconque. à chaque étape de la partition, une seule opération est effectuée sur un seul élément à la fois, pas à pas; l'analyse n'oublie aucun élément ni aucune de leurs combinaisons. $p(n)$: si $n > 1$ alors $(1, n - 1)$ sinon $(m + 1)$ où $m = \Sigma("1")$. chaque entier n se répartit en partages de sommants $p(n)$. ces partages se répartissent en orbitales w_i . les orbitales d'un entier n se rassemblent en une orbite W_n . quel que soit $n \geq 2$, il se situe dans un intervalle $I_n = [2^q + 1, 2^{q+1}]$ où $q = 0$ à N . le nombre d'entiers contenus par intervalles est $|I_n| = 2^q$. le nombre de partages de $n \geq 2$ est $p(n) = 2^{n-1}$, son nombre d'orbitales est $w_i = 2^{n-q-2}$ et son nombre de partages par orbitale est $p(n)/w_i = 2^{q+1}$. on peut considérer qu'il n'y a pas de partition de "1" – sauf à sous-entendre le "0", mais alors il y aurait une infinité de partitions de n'importe quel entier, ce qui serait une "zénonification" de l'algorithme lui ôtant toute opérativité (la partition n'est pas une atomistique) – et écrire $W = \Phi$. quand il y a "1" il y a "1" et c'est tout. la seule activité qui reste est de l'additionner à un autre "1" qui, ici, n'est

1

pas là; mais "1" étant le plus petit sommant des autres entiers, il est concordant qu'il soit son propre et unique sommant. nous donnons le tableau des premières valeurs d' *ape*.

q	$[I_n]$	I_n	n	$P(n)$	w_i	$P(w_i)$
0	2, 2	1	2	2	1	2
1	3, 4	2	3	4	1	4
			4	8	2	4
2	5, 8	4	5	16	2	8
			6	32	4	8
			7	64	8	8
			8	128	16	8
⋮	⋮	⋮	9	256	16	16
			⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

$$[I_n] = [2^{q+1}, 2^{q+1}]$$

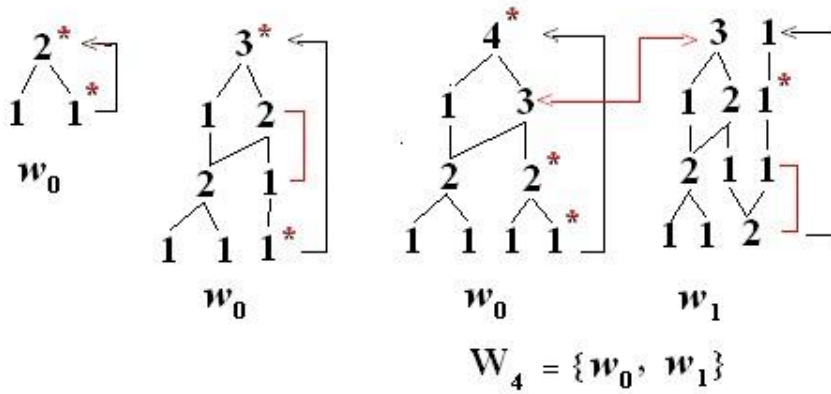
$$I_n = 2^q$$

$$P(n) = 2^{n-1}$$

$$w_i = 2^{n-q-2}$$

$$P(w_i) = \frac{P(n)}{w_i} = 2^{q+1}$$

écrire les partitions : nous écrivons les partitions de $n = 2, 3$ et 4 . l'orbite de "4" comprend deux orbitales. n est situé en tête d'une arborescence, son orbitale w_0 . chaque ligne correspond à un partage décliné selon l'algorithme par la ligne suivante. chaque partage est associé à son inverse miroir, ce qui est signifié par une flèche rouge, ce qui permet de n'en oublier aucun, les palindromes sont accompagnés d'un astérisque. lorsque tous les partages ne peuvent figurer dans une orbitale, les inverses miroirs permettent de constituer les orbitales complémentaires, ce qui est initié par $n = 4$. lorsque tous les inverses sont apparus, nous sommes assurés que toutes les orbitales ont été écrites, conformément aux formules ci-dessus. une orbitale étant cyclique, aucun partage n'est le premier ni le dernier, etc. c'est pour des raisons pratiques et de lisibilité que nous faisons commencer une orbitale par son partage le plus petit en nombre de sommants, n étant le plus petit d'entre tous et "11...1" = n le plus "grand". c'est pourquoi les sommants extrêmes ne sont pas précédés, pour les partages en "tête", ni suivis, pour les partages en "fin" d'orbitale, de leurs traits de déclinaison algorithmique que nous remplaçons par une flèche "remontante" unique.



présentation littérale de ape $\alpha = (\Delta, \mathbf{K})$ où $\Delta =$ "est différent de la lettre à gauche" et $\mathbf{K} =$ "est identique à la lettre de gauche". cet alphabet à deux opérateurs permet de retranscrire n'importe quel mot composé de ces deux seules lettres, quel qu'en soit le nombre d'occurrences. donnons un exemple : soit le mot à sept lettres $\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}\Delta\mathbf{K}\Delta\Delta$, son dérivé est $\Delta\Delta\mathbf{K}\Delta\Delta\Delta\mathbf{K}$ dont le dérivé est $\Delta\mathbf{K}\Delta\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}\Delta$, etc.. nous obtenons ainsi des séries cycliques de mots déclinés, comme les partages ci-dessus. écrivons la série des mots déclinés les uns sous les autres :

$\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}\Delta\mathbf{K}\Delta\Delta$

$\Delta\Delta\mathbf{K}\Delta\Delta\Delta\mathbf{K}$

$\Delta\mathbf{K}\Delta\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}\Delta$, etc... appliquons ces idées au mot de 3 lettres $\Delta\Delta\Delta$:

$\Delta\Delta\Delta$

Δ

\mathbf{K}

\mathbf{K}

Δ

Δ

\mathbf{K}

$\Delta\mathbf{K}\Delta$

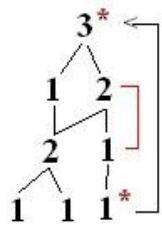
$(\Delta\Delta\Delta)$ et indiquons le *nombre* de lettres en *exposant*, chaque fois, de sa lettre (l'exposant "1" est sous-entendu) :

Δ^3

$\Delta\mathbf{K}^2$

$\Delta^2\mathbf{K}$

$\Delta\mathbf{K}\Delta$ ne retenons que les exposants,



nous reconnaissons l'orbitale unique de l'orbite de l'entier "3". cette procédure donne avec la même régularité la totalité des sommants de chaque entier.

ape numérique, littéral et parenthèses. cette présentation littérale d' *ape* nous déshabitude de la seule considération numérique des entiers et de leurs sommants et nous invite à accéder à la structure une à l'œuvre dans cette présentation duelle de l'algorithme, où chaque entier apparaît comme composition d'unités circulairement dissociées et agrégées. l'usage de parenthèses met en évidence la communauté de ces deux présentations. ainsi, pour l'entier **3**, nous obtenons :

(111)

(1)(11)

(11)(1) (1)(1)(1) le passage d'une lettre à l'autre, $\Delta \mathbf{K}$ ou réciproquement, comme d'un sommant à l'autre, s'évoque alors comme changement de regroupement d'unités, autrement dit comme fermeture et ouverture de parenthèses. de fait *ape* ne procède pas autrement : la *soustraction* d'unité à un nombre > 1 correspond à sa mise à part, et du reste de son nombre de départ et du reste du partage, lesquels, réciproquement, s'en distinguent. l' *addition* des unités manifeste, quant à elle, la formation de nouveaux ensembles par contiguïté. maintenant, substituons à chaque partage ci-dessus son parenthésage :

((()))

()(())

(())()

()()()

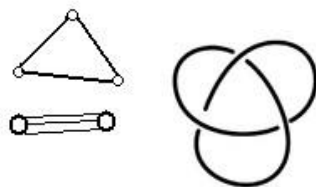
les sommants étant ainsi littéralement dénombrés, nous en dessinons les volutions en représentant plastiquement chaque unité parenthésée par des arêtes de graphes de connexités. ainsi, pour continuer avec **3**, nous obtenons les partages de croisements suivants :

III (par facilité typographique nous dessinerons les arêtes en faisceau par des suites de "I") $\circ \text{---} \text{c}$

IIII $\circ \text{---} \text{c}$

$\circ \text{---} \text{c} \circ \text{---} \text{c} \circ \text{---} \text{c}$

la combinatoire de tous les regroupements d'arêtes, en *ribambelles* ou en *faisceaux*, donne les configurations de graphes qui, dans notre exemple, sont tous du



nœud trèfle.

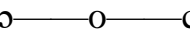
spin, système de production icsographique


des nœuds. nous avons les consignes suivantes :

f (faisceau) : à $\circ \text{---} \text{c}$ nous faisons corres-

pondre --- *r* (ribambelle) : à $\circ \text{---} \text{c}$

nous faisons correspondre $\circ \text{---} \text{o} \text{---} \text{c}$

L (link) : à  nous faisons cor-

respondre  . **les graphes ornés, extension.**

les graphes que nous pratiquons sont les graphes des nœuds premiers. pour cela nous les nommons *graphes premiers*. nous avons appris (voir #graphes ornés) à dessiner un état à partir de n'importe quel graphe de nœud premier. ajoutons que cela est vrai, avec la même procédure, pour n'importe quel graphe, qu'il soit premier ou non, l'orientation d'un graphe n'est pas pertinente pour la nœudienne. nous énonçons, sachant que la valence d'une arête est le nombre de sommets auxquels elle se conjoint, **0**, **1** ou **2** (en fait, pour nous en plastique nœudienne, c'est toujours **2**) et réciproquement la valence d'un sommet est le nombre d'arêtes qu'il reçoit (de **0** à **très très grand**; en fait, pour nous en plastique nœudienne, c'est toujours ≥ 2) : **à partir de n'importe quel graphe fermé (c'est-à-dire sans arête ou sommet de valence < 2) nous pouvons dessiner la racine d'un métabole**. cette loi nous permet de composer combinatoire des graphes et génération de nœuds : en théorie combinatoire des graphes on peut se poser la question *combien de graphes fermés peut-on fabriquer avec a arêtes et s sommets ?*, sachant que parmi tous les graphes possibles certains représentent des paires duales, c'est-à-dire représentent le même nœud, d'autres sont autoduaux. **en fait, cette loi est universelle** : à partir de n'importe quel graphe, premier ou non, fermé ou non, même de débris de graphe, il est possible de dessiner une ombre, un nœud trivial ou un fragment, croisé ou non, de "ficelle". par exemple un sommet isolé permet de dessiner une ombre, celle d'un rond sans croisement, un non nœud donc. ce pourquoi les mathématicien.ne.s ont inconsciemment attribué à ce rond sans croisement le titre de nœud trivial, car pour elles et eux les nœuds sont des objets compliqués alors qu'ils représentent pour la plastique nœudienne le paradigme même de la complexité et du nouage, dessinables et accessibles. d'autres exemples du ratage mathématique de la structure nœudienne sont fournis par une arête isolée, graphe d'un croisement isolé, par un sommet et une arête graphe d'une bouclette, ou encore par deux sommets conjoints par une arête qui forment le graphe d'un tortillon, etc...etc.(dessins)

un exemple à partir de la 1ère orbitale de l'entier "6". les configurations possibles à 3 croisements n'offrant guère de possibilités combinatoires, nous passons directement à la première orbitale de l'orbite de **6** dont nous accompagnons chaque partage de ses configurations possibles et des constructions nœudiennes qui s'en déduisent, dont se forment les graphes de connexité des nœuds suivants. nous savons, en effet, voir à présent directement les compositions graphiques correspondantes et effectuons sans *a priori* la combinatoire des graphes possibles pour chaque partage. **remarque**. il est toujours possible de lier 6 arêtes en un seul faisceau ou en une seule, duale, ribambelle fermée (dans les deux cas cela revient au même nœud *n*-centre correspondant aux *n* unités de l'entier considéré), or comme nous voulons faire apparaître les *diffé-*

rences au sein de et entre chaque partage, nous excluons *a fortiori* cette possibilité lorsque d'autres s'offrent. l'orbitale w_0 est :

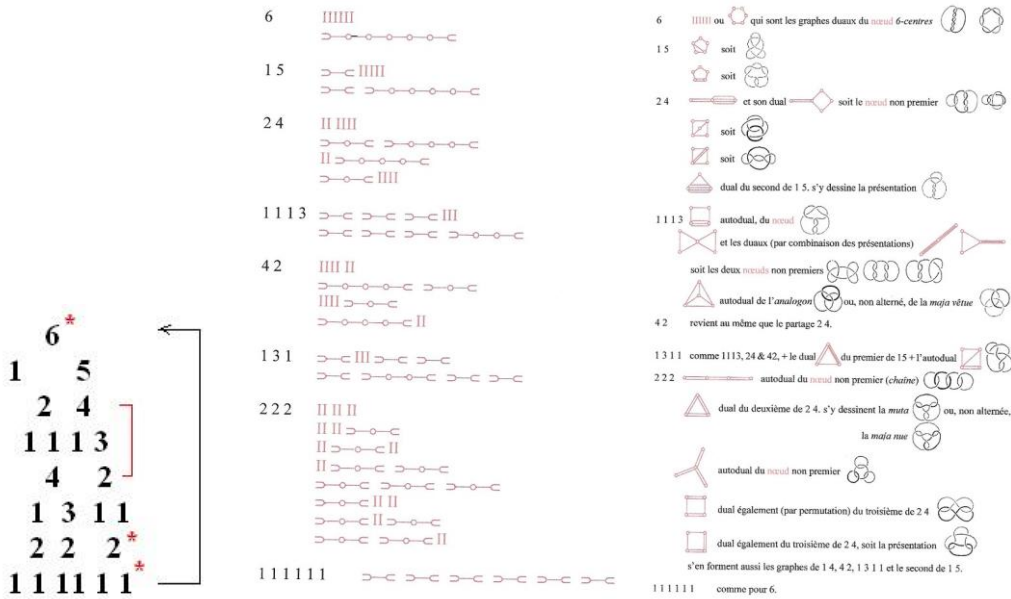
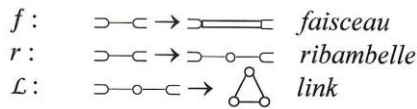


table nœudienne des nœuds

I - les graphes-nœuds. 1) tout graphe est graphe d'ombre d'état de nœud. 2) le nœud trivial est le nœud alterné tiré de l'ombre. 3) les portées obéissent aux formules des portées (#tableau ci-après)



- A - le système de production est :
- B - établissement de la table des nœuds

		nombre de sommets								
		2	3	4	5	6	7	8	9	
nombre d'arêtes	2			chaque graphe a un compagnon dual - si le graphe est autodual alors "*" - les deux compagnons duaux sont reliés par - - - - -						
	3				lorsque $p \geq 2$, le graphe porte la mention "*" où $n \geq 2$ est le nombre d'états néudiens ayant même ombre d'ornures différentes					
	4									
	5									
	6									
	7									

commentaires succincts. le tout premier nœud est un nœud à deux ronds et deux croisements conformément à la #formule des portées, l'enlacement, qui est *autodual* et n'a donc qu'un seul graphe de connexité. il est de plus le premier de la *série diagonale génératrice* (du tableau relatif à la formule des portées, voir plus haut#tableau des portées) de raison arithmétique 1 pour les ronds et 4 pour les croisements, c'est-à-dire au nombre de ronds augmentant de un et pour les croisements 4, consécutivement, soit la suite (2,2) (3,6) (4,10), etc. (voir séquence #"arcs, ronds, croisements", pnr, page 145 et représentant les plus petits nœuds à **R** ronds ayant un état présentant un arc de portée **p**. l'enlacement est aussi le premier de la série infinie des **nœuds centres** faits d'une unique torsade, paire et à deux ronds si $C = 2n$ et impaire à un seul rond si $C = 2n + 1$. le reste est sans difficulté particulière jusqu'à 6 croisements. les nœuds à trois ronds et 6 croisements inaugurent, dans la série diagonale génératrice, les nœuds aptes à recevoir des arcs de portée **2**, c'est-à-dire les nœuds non triviaux métamorphosables et qui commencent avec la *maja*.

6 croisements. nous avons dessiné quatre nœuds triviaux à un rond, deux nœuds triviaux à deux ronds, dont le nœud "centre" constitué d'une seule torsade, deux nœuds triviaux à trois ronds le "borroméen" et un *collier* (comme avec des *trombones*), et un métamorphosable à trois ronds, n'oublions pas la formule $6 \geq 5.2 - 3 - 1$, la "maja", représentée ici par ses deux seuls états de son seul amas. on voit donc que le nœud dit de la *maja* connaît deux états : un état de même métabole que le "borroméen", et un état de même métabole que le nœud trivial à 3 ronds autre que le borroméen, le *collier*. la "maja" est donc

"arrimée" à deux métaboles dont chacun contient en sa racine l'un des deux autres nœuds triviaux, le borroméen ou le "collier".(dessins)

arcs, ronds, croisements : tableau des portées (tp)

construction du tableau la case **R/P** indique les portées **p** dont les colonnes sont numérotées de **1** à **p ...**, et les nombres de ronds **R** dont les lignes sont numérotées de **1** à **R ...** les nœuds **non-alternés**, c'est-à-dire **métamorphosables**, commencent à **p = 2**. la diagonale de la *série génératrice* est écrite en *italique gras*. elle commence à **(2, 1)**. chaque case du **tp** contient le nombre de croisements **C** calculé selon les formules ci-après. à l'intersection de **R** et de **p** on en lit le contenu ainsi : *il n'y a pas de nœuds à R ronds et acceptant une portée maximum p dont le nombre de croisements soit inférieur à C sinon il est réductible*; qui peut s'énoncer *un nœud à R ronds et à C croisements ne peut accepter un arc de portée supérieure à p sinon il est réductible*.

R\p	1	2	3	4	5	6		p	...
1	3	8	13	18	23	28	...		
2	2	7	12	17	22	27	...		
3	6	6	11	16	21	26	...		
4	8	8	10	15	20	25	...		
5	10	10	12	14	19	24	...		
6	12	12	14	16	18	23	...		
7	14	14	16	18	20	22	...		
...								C	

R								C =
...								C ≥

lecture et usage du tableau — formule des portées fp :

le **tp** est constitué de quatre zones : 1°) la diagonale génératrice **dg** infinie, qui commence à la case $\{R=2, p=1\}$ dans laquelle se situe, seul, l'unique nœud à 2 ronds et 2 croisements le simple enlacement; la série **dg**, descendante, et de raison arithmétique 4, contient la série **dg** (**sdg**) de l'infinité des nœuds tels que $C = 4 \cdot p - 2$ (avec $p \geq 1$) et dont le simple enlacement est le seul alterné (comme le nombre 2 est le premier et seul nombre premier pair) pour $R = p + 1$ (donc $R \geq 2$) ; on obtient l'égalité $C = 4 \cdot p - 2$ (réciproquement $C = 4 \cdot R - 6$) lorsqu'on porte cette valeur de R (réciproquement de p) dans les deux inégalités ci-après Δ^+, Δ^- .

2°) le triangle Δ^+ supérieur, au-dessus de la **sdg**, pour lequel la **fp** est : $C \geq 5 \cdot p_m - R - 1$ pour $R \geq p + 1$.

3°) le *triangle* Δ^- inférieur, au-dessous de la *sdg*, pour lequel la **fp** est : $C \geq 2(p + R - 2)$ pour $R \leq p + 1$. sa *deuxième* colonne contient les nœuds de mêmes métaboles que ceux de la 1ère, c'est-à-dire que leurs morphologies sont identiques mais les seconds sont non-alternés.

4°) la *colonne* **p=1**. il s'agit de la colonne de l' *infinité* des nœuds **triviaux**, c'est-à-dire **alternés** : 1ère case $\{R=1, p=1\}$ qui contient l' *infinité* des nœuds triviaux à **un** rond et qui commence par le nœud trèfle; 2ème case qui contient l'unique nœud à 2 ronds et 2 croisements et les cases suivantes sont celles de l'infinité des colliers alternés (**dessins**) génératrices des plus petits nœuds à **R** ronds, avec $R > 2$, ayant un arc de portée **2** : il suffit d'inverser une lunule pour obtenir une "*duplication*" non alternée (**dessins**).

à partir d'une case quelconque de la *sdg*, on progresse verticalement dans Δ^+ jusqu'à aboutir à la case de la ligne **R = 1** : un croisement est ajouté à chaque pas, de même un rond disparaît. on progresse, verticalement toujours, dans Δ^- en augmentant d'un rond et de deux croisements. (**dessins**)

assemblages de nœuds – multitudes et structure

(**dessins**)

réalternances et couplages — d'un nœud l'autre :

transitions métaboliques un algorithme homotopique de réalternances de nœuds ayant même ombre

homotopie et exploration nœudienne de la structure fine des nœuds

les locations : colocation, délocation et translocation.(**dessins**) nous avons vu plus haut des **mutations** qui consistaient en changements continus d'amas. avec l' **homotopie** nous introduisons des opérateurs de transformations *discontinues*, c'est-à-dire que nous allons changer les états en faisant intervenir une "chirurgie" qui maintiendra une certaine *ressemblance* ("monotonie"), qui conservera ce que l'on a coutume d'appeler un *air de famille*, mais qui au fur et à mesure des métamorphoses s'en éloignera. c'est cet *air de famille* que nous appelons **homotopie**. ces opérateurs sont nommés **locations**, comme en biologie. ils s'apparentent à ce que les découvertes en biochimie évolutive nous ont fait connaître : des racines communes qui, dans l'évolution, s'éloignent de plus en plus et paraissent étrangères les unes des autres. cependant certaines gardent un *air de famille* qui ont permis de les rassembler en ensembles de plus en plus "homogènes", et, *glissando* ont permis de retrouver les éléments communs archaïques. c'est, appliqué aux nœuds, ce qu'expérimente l' **homotopie** nœudienne.

les amplifications, l'échelle de jacob nœudienne(**dessins**) d'autres opérateurs sont les opérateurs d' **amplification** : ils interviennent pour amplifier certains caractères et les amener aux *limites de l'adaptation*. jusqu'à présent, les **métamorphoses** et les **mutations** rencontrées étaient involutives; elles introduisaient un "temps" réversible, émergent ou nécessaire. l' *irréversibilité* s'y signalait par son *après-coup* (pour parler comme les psychanalystes) : une fois une histoire étalée (les *chemins d'intégrales*) la "flèche" du temps en devenait

l'indicatrice. un amas reflétait donc un espace temporel dont les éléments étaient ces flèches. le "temps" y apparaissait comme *élastique*, comme éléments de volumes flexibles. avec les opérateurs d'amplifications le "temps" apparaît au contraire comme *gelé*, comme élément d'une *ligne* rigide. les nœuds sont donc le support d'une spatialité qu'on peut appeler *naïvement non-euclidienne*, élément d'un espace unique, "euclidien" si l'on veut, parce que le seul dans lequel le nouage, et sa "dessination" les nœuds, y soit possible; tout autre espace est non noué. de même pour le "temps", qui apparaît selon deux *modes* : un temps fictif, flexible et réversible, "multidirectionnel" qui permet les "voyages dans le temps", et un temps "rigide", à un seul sens, celui que nous croyons "connaître".

mécanismes nœudiens évolutifs, morphogénèse

nous appelons **transmutations évolutives** les divers effets des opérateurs d'homotopie et **germes évolutifs** les états issus des opérations d'homotopie. l'idée est que : une légère variation apportée à un état et respectant sa morphologie et sa structure *immédiates* entraîne, peut-être lentement au départ, une véritable *catastrophe*, au sens de #thom, de ces structure et morphologie; c'est à la création d'une véritable **plastique morphogénétique** à laquelle nous assistons, semblable à celle que nous connaissons maintenant en biologie évolutive et en biochimie. ces opérateurs d'homotopie libèrent des capacités d'évolutions convergentes ou divergentes des nœuds. tout cela qui nous a permis d'affirmer que : des particules élémentaires aux formes biologiques en évolutions, une véritable *manière* de penser leur étant commune avait été découverte; une *forme* de cette manière étant fournie par la **plastique nœudienne**.(dessins)

y : invitation à la plastique nœudienne

les mathématicien.ne.s ont fait des nœuds en tant qu'illustrations éventuelles et chiches de leur algèbrisme. cela entraîne plusieurs conséquences :

- a) elles et ils ne s'intéressent pas au **nouage**, qui est le concept clé du savoir, et dont les dessins de nœuds métamorphosables sont la forme la plus appropriée, sorte de matérialité du nouage qui n'est que relations, comme l'énergie. "ça tient ou ça tient pas" se demandent sans cesse toute chercheuse et tout chercheur. le passage de l'enfance à la maturité s'effectue sous ses auspices.
- b) elles et ils ont raté l'étude approfondie de **lisotopie** (*terme, ici, au demeurant fort discutabile puisqu'en chimie ce terme regroupe des éléments MATÉRIELLEMENT DIFFÉRENTS quoiqu'aux propriétés semblables, alors que deux états de nœud isotopiques sont le ' MÊME!*), qui est semblablement la source de la chimie et de la biologie, voire de l'évolution qui n'est que combinaisons de métamorphoses et de mutations. et la *simplicité* quantique des éléments chimiques ne montre-t-elle pas qu'ils sont tous des mutations les uns des autres; le vieux rêve des alchimistes de transformer le plomb en or (et réciproquement!) a ainsi été rendu possible par la science moderne.
- c) leur terreur du dessin, à cause de la géométrie et de ses "fausses évidences", et d'une certaine "aristocratie" sociologique (pour parler comme #lee smolin) de l'écriture mathématique, leur a fait censurer la caractéristique synchronique

du regard au profit de la diachronie de la lettre (faut-il renvoyer à #lacan, sous ce jour?). une dimension du savoir a ainsi été perdue avec ses effets catastrophiques dans l'enseignement des sciences, auxquelles l'imagination "plébéienne" n'a plus accès.

- d) toute la mathématique de la théorie des nœuds est basée sur une convention délirante : (1) les croisements sont répartis (axiomatiquement, mais cela n'est jamais énoncé ès qualité) en deux familles "+" et "-", rotation d'un quart de tour l'un de l'autre, par refoulement de la plus élémentaire géométrie qui veut qu'un croisement est toujours lui-même à une rotation près!!! (2) dans ce discours qui commence mal, un rond **non noué** est dénommé **nœud trivial**, comme si le mot "trivial" sauvait la syntaxe du crû. (voir ci-dessus #amas, définition nœudienne de la trivialité).
- e) depuis plus de 100ans, les mathématicien.ne.s n'ont pas réalisé leur programme, à savoir la "classification" des nœuds! d'ailleurs leur reconnaissance de l'identité de deux nœuds, leur "isotopie" (comme ils disent), s'effectue grâce à un peu d'intuition et des manœuvres artisanales (inavouées et camouflées) que justement nous ne renions pas! à quoi nous ajoutons une systématique clarificatrice. il n'y a pas plus de classification possible des nœuds qu'il n'y a de classification en "science" des champignons pour lesquels le mot "science" justement ne signifie que cette longue et traditionnelle mémorisation d'une observation pratique, et ce, quelle que soit la puissance industrielle de la science biochimiofarmaceutique actuelle! il est donc temps de changer le paradigme officiel de la recherche en un nouveau regard et une nouvelle pratique accessibles à qui veut exercer sa curiosité ludique et scientifique. comme cela existe déjà notamment chez les astronomes amateurs qui connaissent de belles découvertes et les naturalistes, en végétaux, champignons et animaux, géologues amateurs avec leur minéraux, les orpailleurs, etc...finalement un retour moderne et éclairé aux **sciences naturelles**! faire de la science un art et de l'art une pratique commune. c'est le but de la plastique nœudienne. voici un plan possible des domaines explorés par la plastique nœudienne.

trois grandes pratiques se différencient entre elles tout en entretenant des liens étroits permanents et des interactions fortes; aucune n'existe vraiment sans les deux autres : les dessins des nœuds en tant qu'ils matérialisent les nouages, l'alliance du geste et du regard, de l'effectif et du cohérent, les nœuds textuels, nœuds de parole qui ouvrent la possibilité d'une prospection du langage en toute dimension notamment celle de la lucidité, et nœuds d'arts qui produisent l'allégresse sans laquelle aucune création n'est possible. science qui se pratique comme un art, art qui se construit comme un savoir, la plastique nœudienne ne nécessite qu'un capital à la portée de quiconque l'aborde avec une curiosité sans inhibition que tout enfant libre projette en toute chose pour sa plus grande satisfaction.

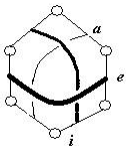
I – nœuds dessinés

- A – **plastique nœudienne proprement dite** le livre **plastique des nœuds rares** constitue l'initiation systématique à cette nouvelle arts-science. les nœuds, ici

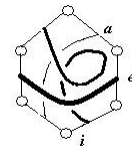
objets, méthode et instruments d'investigation sans a priori, pour eux-mêmes, sont ceux que l'on dit premiers, réduits à leurs plus petits nombres de croisements. leurs métamorphoses sont dessinées et étudiées, formant amas, magmas et nuées. elles sont continues, glissantes et basculantes, régulières et irrégulières, réelles ou virtuelles. ce sont les retournements, les permutations et d'autres, les transversions et d'autres transitions encore. la plastique des nœuds rares en forme la restreinte comme est dite générale celle des nuées nœudiennes.

- B** – **constructions nœudiennes** elles n'utilisent la *chirurgie* qu'afin de mettre en évidence l'**homotomie** nœudienne qui déploie sa topologie constructive à partir des *opérateurs* structuraux nœudiens; à partir aussi des *locations* diverses, dé-, co- et trans-, et aussi des algorithmes *ape' et spin*, pour "**algorithme de partition d'un entier**" et "**système de production icsographique des nœuds**". les tresses et les surfaces de seifert auxquelles elles correspondent sont étudiées selon les paramètres nœudiens. peuvent servir de matrice symbolique à la pensée biologique. **curiosités** : *tissages des états* (en hommage à **andré leroi-gourhan**).
- c** – **domaines contigus**
- **les algorithmes ape et spin** constituent une passerelle naturelle entre les nombres, les mots de l'informatique théorique (ou théorie des langages formels) et les nœuds. les codages en sont une expression immédiate. de plus ape permet une pratique facile de la partition des entiers.
 - théorie des **automates**. on peut assimiler chaque état nœudien à un "état" de la théorie des automates et un amas nœudien peut ainsi être considéré comme un "système de production".

la chromosaturation cunéitorique considérons un coin non alterné. nous nommons l'antibrin retournant *a*, le brin retournant *e*, le brin alterné *i*

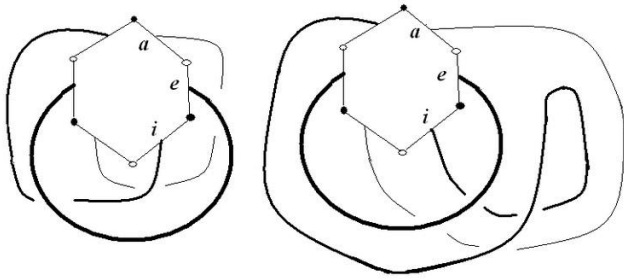


, et faisons une bouclette sur la portion de rond alternée
si le brin *i* est à la fois

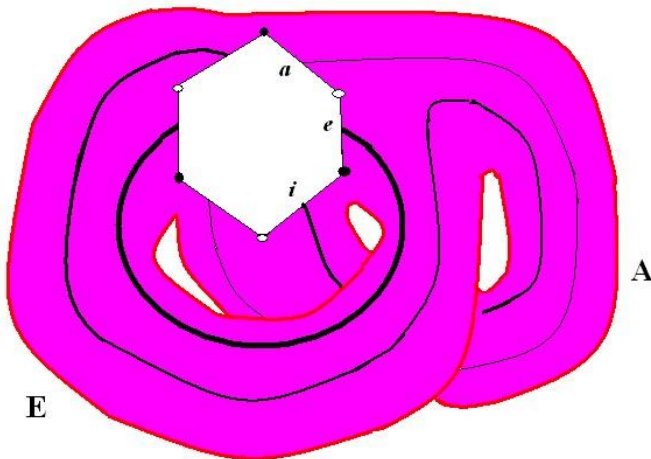


ainsi

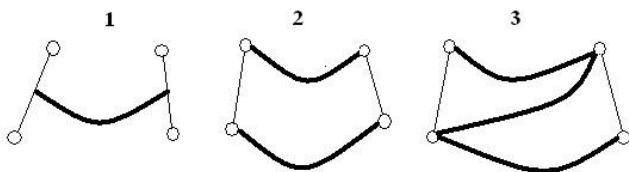
parallèle à *a* et *e* : comme *a* il passe sous les deux autres, *e* et *i*, et comme *e* il passe sur les deux autres, *a* et *i*. faisons la même chose en plaçant les brins dans la zone extérieure du poinçon.



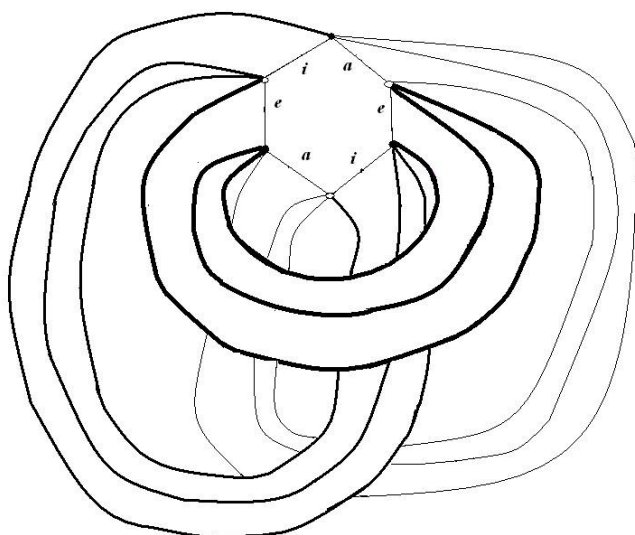
nous pouvons reporter ce dessin sur un tore troué présenté comme un carrefour de deux bandes **A** et **E**.



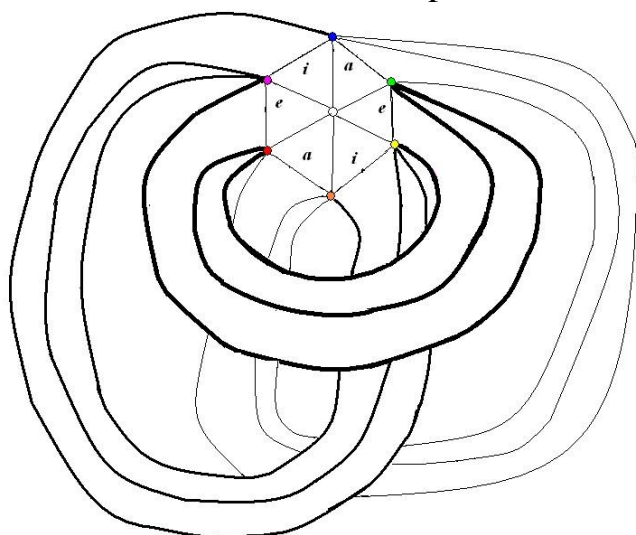
l'antibrin retournant *a* parcourt la bande **A**, le brin retournant *e* parcourt la bande **E**, tandis que seul le brin immobile *i* parcourt les deux bandes. ces trois brins ne se croisent ni entre eux, ni eux-mêmes sur le tore troué, ils profitent de ce que les deux bandes qui constituent celui-ci se superposent. nous pouvons remplacer chaque brin par une paire de courbes parallèles s'accrochant aux sommets des deux arêtes qu'il relie : les six courbes résultantes ne se croiseront pas plus sur le tore troué que les trois brins qu'elles doublent. nous pouvons même ajouter, entre chaque paire, une troisième courbe, diagonale, de sorte que chaque trio dessine un Z (ou N) étiré et courbé : filant dans la marge entre deux parallèles, une diagonale ne croisera elle non plus aucune autre courbe sur le tore troué.



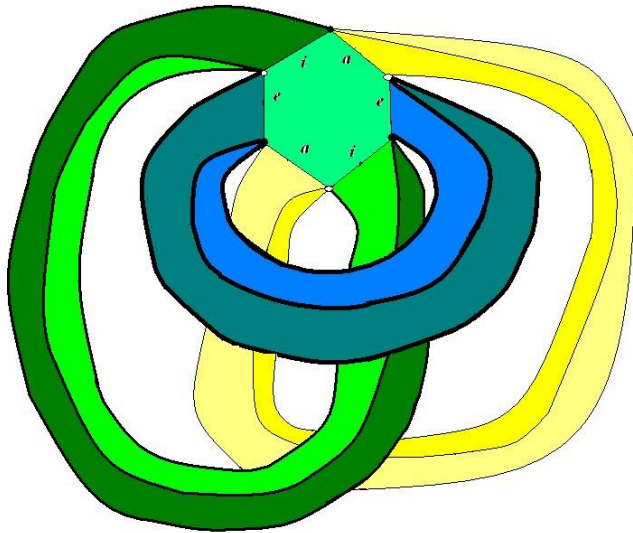
. le graphe ainsi construit, à six sommets de valence 5, sans faisceau multiple, est planaire sur le tore (*mais non sur la sphère*). un coin retournable peut être dessiné sur le tore troué de façon que ses brins ne s'y croisent pas, et chacun d'eux peut être remplacé par un trio de courbes en *N* (ou *Z*). nous effectuons ce remplacement dans le motif du coin dessiné sur notre usuel tore troué.



. si nous greffons une étoile à six branches dans la face hexagonale, nous obtenons un graphe, planaire sur le tore, dont chacun des sept sommets est consécutif aux six autres



il faut sept couleurs pour le colorier de sorte que les deux extrémités de chaque arête soient de couleurs différentes. au regard de la chromosaturation, il est aux graphes planaires sur le tore ce que le tétraèdre est aux graphes planaires sur la sphère.



- **les surfaces supplémentaires** sont *les surfaces qui engendrent les nœuds qui les génèrent*. elles sont aussi le moyen de construire l'échelle de jacob infinie exponentiellement de chaque nœud, surface dessinée dont le bord est isolé comme nœud qui à son tour génère sa surface supplémentaire qui etc..(dessins)
- les *carrefours de bandes* sont étudiés afin de mettre en évidence leurs relations avec les états nœudiens et leur monstration de la physique contemporaine.(dessins)
- des esquisses de traduction de la physique : *chromodynamique quantique* en *chromodynamique plastique*, la *gravité quantique* encore appelée **gravitation en boucles** en *nuées nœudiennes*, le **soliton nœudien**, la relation *triangle-étoile* de *yang-baxter* et les champs dits de faraday et de schrödinger des motifs de métamorphoses et de feynmann des états et des nœuds. les opérateurs nœudiens sont homomorphes aux nombres.
- les nœuds peuvent être conçus et fabriqués comme des ressorts dont les extrémités sont raboutables.

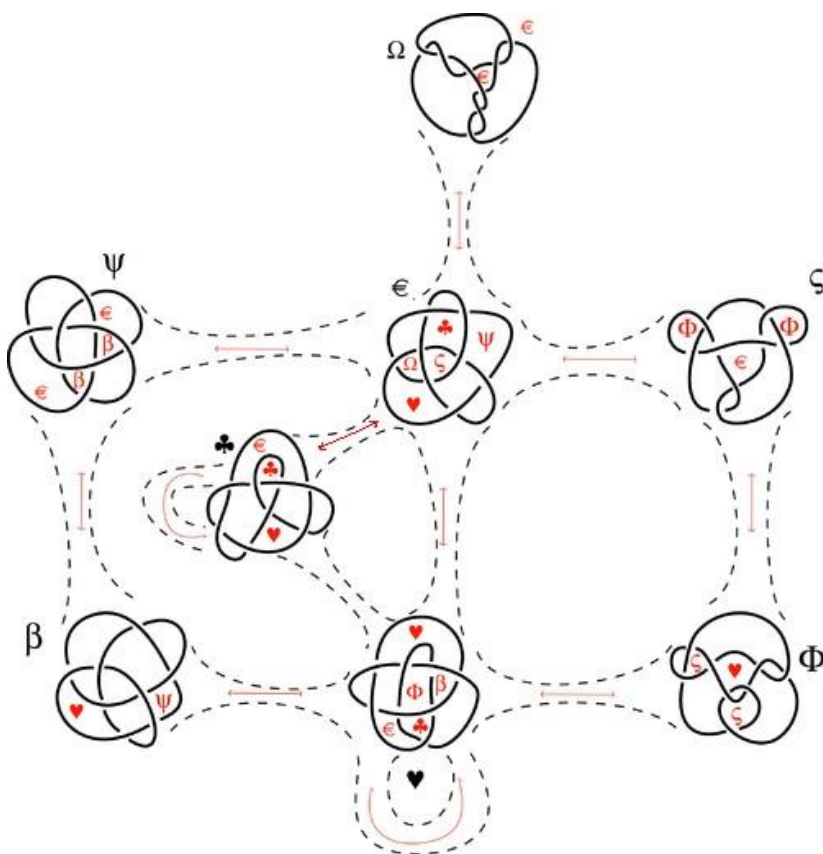
l'interpénétration des spires, le toronnage, fait apparaître des propriétés nouvelles des torons : espaces quotients de nœuds et dimensions cachées.(dessins) **une nouvelle histoire du non-temps** (voir plus haut : #chemins dans l'amas, histoires).

1ère approche : le temps existe encore -- de quel que point de vue où l'on se place, il est indéniable que la notion de temps est nécessairement temps-retard. cette notion de retard est d'ailleurs un effet de la Relativité. en effet :

1. en n'importe quel lieu de l'univers toute information lui accède après un temps limité par la vitesse ultime de propagation de l'information soit 300 000kms/s. premier retard;
2. nous captions la réalité externe et interne à la vitesse limite de propagation nerveuse qui porte au cerveau l'information, cerveau qui lui-même traite cette information et la restitue après un certain délai. deuxième retard. nous vivons donc dans une *bulle* de temps-retard permanente, c'est-à-dire dans un passé

permanent! le présent pour nous n'existe pas! ce que nous nommons présent est le fantôme, qui peut être aussi proche de notre bulle retard que l'on veut voire à la distance et le temps de planck!, d'un présent-passé qui nous précède toujours à rattraper en permanence. le présent n'est donc qu'une déclaration! voire une reconstruction, une fiction du réel! le futur est la boucle théorique, virtuelle, lancée devant le présent qui nous fuit afin d'en faire notre présent, le futur est le présent de toute chose surgissante aux autres choses. donc, seul le passé est réel, le présent est imaginaire et le futur est symbolique! cela est conforme aux enseignements de la relativité d'einstein et de la physique quantique. une nouvelle lecture des paradoxes de zénon est rendue ainsi possible et les fait disparaître en tant que paradoxes!

2ème approche (fine) : le temps est émergent -- nous reprenons l'amas dessiné ci-dessus, en (i) : chaque état est un objet vibratile en métamorphose perpétuelle. l'état change de forme "sur place" (voir #champs de faraday). deux états directement métamorphosables l'un en l'autre sont dits **contigus** (par exemple, dans notre dessin les états **S** et **Φ**. l'état ♥ est, en outre contigu à lui-même, etc.). le "tube" que nous faisons apparaître et qui semble présenter l'amas en un tore à 5 trous avec une singularité, **Ω**, n'est dessiné qu'afin de montrer les images des différents états obtenus lors des métamorphoses, afin de rendre lisible ce qui ne serait sans cela qu'un "brouillard", un peu comme les représentations modernes du nuage d'électrons qui entourent le noyau atomique. un amas peut être vu comme l'un des espaces de phases du nœud, l'ensemble des histoires possibles contenu dans l'ensemble des motifs de métamorphoses que les états de l'amas recèlent. le nœud étant la totalité de ses histoires.



⁸²⁰ le dessin montre qu'il

existe une multitude de chemins pour aller d'un état à un autre, y compris à lui-même. rappelons de plus, que les métamorphoses sont *involutives* et que donc un état autométamorphosable peut se métamorphoser perpétuellement en lui-même (ce qui peut donner l'impression qu'il est *stable*), par exemple, ou encore que deux états peuvent eux-aussi, par involution, perpétuellement se transformer en oscillateur binaire (qu'on croirait tout aussi stable), ou encore qu'une partie de l'amas peut se "figer" en une sous-topologie pulsatile, etc...ce sont ces chemins qui constituent les histoires quantiques. la cosmologie, avec ses filiations galactico-stellaires offre une image de ces processus. la probabilité *simple* qu'a un état de se métamorphoser en un autre qui lui est contigu se calcule selon que les motifs de métamorphoses de l'état sont simplement additifs (c'est-à-dire effectuels "simultanément") ou superposés (mutuellement inhibants), ou forment un mixte (juxtaposition) (#formule particulière).

1°-- *tous les motifs sont simplement additifs* : avec m motifs il y a 2^m configurations possibles de métamorphoses : la configuration nulle, l'état reste tel, et les configurations qui mettent en jeu de un à tous les motifs. en effet, l'état peut ou non se métamorphoser, et s'il se métamorphose il le peut en un ou plusieurs motifs simultanément. il y a donc 2^m configurations possibles; chaque motif apparaissant dans 2^{m-1} configurations, sa probabilité d'être *choisi* est donc de $1/2^{m-1}$, l'état quant à lui ayant la probabilité $1/2^m$ de se métamorphoser selon telle ou telle voie.

2°-- *tous les motifs sont superposés* : les motifs ont tous au moins un croisement commun et s'inhibent donc mutuellement. ils forment une "grappe" dont une seule métamorphose est effectuelle à la fois. pour m motifs, il y a donc $m+1$

configurations possibles, en comptant la configuration nulle. la probabilité de chaque métamorphose est donc de $1/m$, l'état quant à lui ayant la probabilité $1/m+1$ de se métamorphoser selon telle ou telle voie.

3°-- les motifs sont juxtaposés, *certain motifs sont simplement additifs, d'autres sont superposés* : soit s le nombre de motifs superposés et a celui des additifs. il y a $k = 2^{a-1} \cdot s + 1$ configurations possibles. la probabilité que l'état effectue telle ou telle métamorphose est donc $1/k$. la procédure s'étend à l'ensemble de l'amas.

indétermination et certitude. l'amas est l'"étalage" de tous les états possibles qu'il recèle; mais on ne peut pas dire quel est l'état qui le "représente" au temps t . chaque état est une photographie, un "instantané" de l'amas. on ne peut non plus dire quels états se suivront par métamorphose, c'est-à-dire quel chemin (*histoire*) sera emprunté(e) pour dessiner l'amas ni si l'amas apparaîtra intégralement un jour. en tout état de cause, une fois l'amas dessiné, toutes les histoires peuvent en être inférées.

introduction à la pensée quantique et relativiste à l'adresse des écolières et des écoliers

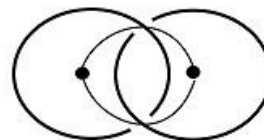
une capacité normalement partagée est de dessiner, et de dessiner des choses simples. l'idée nœudienne est donc de proposer des dessins de métamorphoses qui soient à la fois *continus* et "surprenants" quant aux résultats, comme l'est, par exemple, la constitution d'un amas. le procédé "image par image" est de ce point de vue riche d'efficacité. nous utilisons pour cela la relation triangle-étoile du retournement du coin retournable. **(dessins)**

de ape à spin vers la génération des nœuds : système de production des noeuds

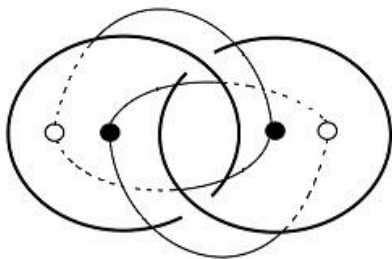
ape, combinatoire, fonction d'ackermann **automates nœudiens**

surfaces supplémentaires des nœuds

un noeud et son graphe de connexité, ici le simple enlacement
on double le graphe et on alterne la couleur des sommets; on considère alors chaque zone de l'état comme étant, fictivement, une membrane souple transparente. les sommets noirs placés Dessus. les blancs dessous.

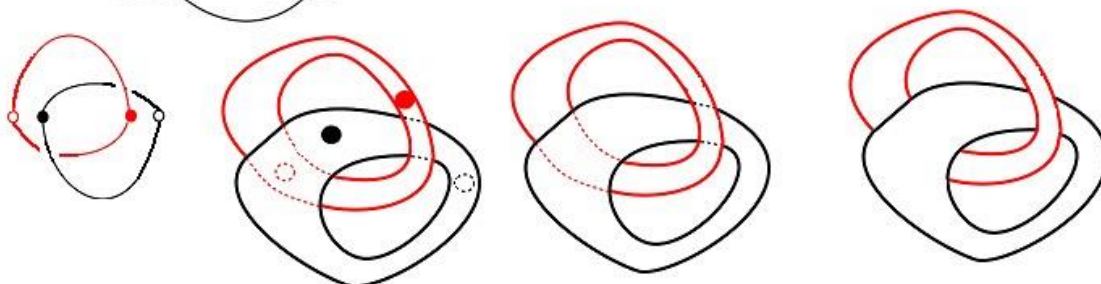


les **sommets** noirs relient les blancs des zones connexes en passant par le dessous de chacun des croisements de leur zone.



considérant chaque zone marquée par des sommets comme une surface transparente, et plaçant de façon arbitraire les points noirs en dessus, nous marquons en pointillés la portion de trait qui se trouve en dessous.

le motif obtenu est extrait et colorié pour plus de commodité, ses contours sont doublés de façon à le gonfler comme une chambre à air puis nous effaçons les anciens sommets, ainsi que les traits de dessous pour ne laisser paraître que la surface pleine.



tissage des portances, tissage des états : les "napperons".

traductions nœudiennes de la physique

les traductions dont il s'agit ici **ne sont pas des applications des nœuds à la physique** comme ce qui se pratique en science actuellement (depuis quelques années déjà, même depuis maxwell, gauss, listing...) mais quand même pas trop loin des intuitions des "anciens" quand la physique et la mathématique étaient encore "poétiques".

chromodynamique plastique les champs nœudiens la relation triangle-étoile yang-baxter le soliton nœudien surfaces supplémentaires des nœuds, carrefours de bandes et particules élémentaires le toronnage, les ressorts et les dimensions cachées nœudiennes

II – nœuds textuels

- A** – **la mailleutique** mot forgé à partir de *maille*. c'est la science et l'art des *digmes* ("mailles" du langage), des expériences de pensée et des "images" au sens du poète *reverdy* ("*[l'image...] naître [...] d'un rapprochement de deux réalités [...] éloignées. plus les rapports des deux réalités rapprochées seront lointains, plus l'image sera forte...[...] une image [...] est [...] forte [...] parce que l'association des idées est lointaine et juste. le résultat obtenu contrôle immédiatement la justesse de l'association*", œuvres complètes, nord-sud [...], pages 73-74, flammariion 1975). exemples : l'ascenseur d'einstein, le chat de schrödinger, l'aimanton nœudien, l'analogon à la lecture conjointe du timée de platon, au sujet de l'harmonie, et du nœud borroméen à trois ronds de lacan, le décryptage de la tapisserie de la dame à la licorne, la trinité chrétienne, l'homomorphie entre gamme musicale et calendrier, etc. pendant poétique à trois textes populaires de freud : *science des rêves, psychopathologie de la vie quotidienne et le mot d'esprit dans ses rapports avec l'inconscient*.
- B** – **la psychanalyse** exploration systématique du RSIS : Réel, Symbolique, Imaginaire et sintôme, de lacan avec le nœud borroméen à quatre ronds, servant à la formalisation dessinée de la séance et du récit psychanalytiques, en permettant l'écriture et la lecture de l'analyse, en parallèle à la tentative du psychanalyste g. w. bion.
- C** – **l'icsografie** elle est la méthode aboutissement de tout ce qui précède. utilisée comme protocole d'accompagnement psychologique elle donne lieu à l'auxiliaire psychologique dans l'équipe soignante. elle culmine dans la redynamisation cérébrale et soutient le corpus dit de **psychoaching**^(C).

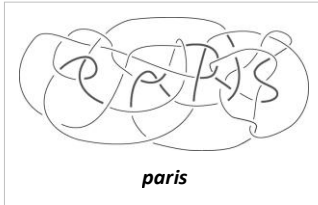
III – nœuds d'arts

dessins, peintures, sculptures en divers matériaux, mous ou durs, installations, animations vidéos, etc.

Plastique noeudienne



surface
supplémentaire
d'un nœud à 70
croisements



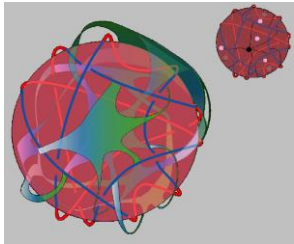
paris



englober une
sphère,
"synaptique" 0



"synaptique" 1 :
nœud à 8
croisements sur sa
surface
supplémentaire
englobant une
sphère



"synaptique" 2